



**Modélisation de la liaison par emmanchement d'un
arbre lisse dans un stack de tôles avec contact
discrétisé par dents**

Analyses non linéaires et conception des structures

NAFEMS

Séminaire du 8 juin 2 011

Patrick ORVAL - Renault S.A.

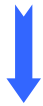


- Contexte et introduction du sujet
- Choix du type de liaison
- Démarche expérimentale – 1ères Observations
- Besoin d'un modèle physique de compréhension d'ordre 1
- Quantification du modèle d'ordre 1 sur base expérimentale
- Bilan des corrélations
- Apports de la démarche de compréhension d'ordre 1



Contexte et introduction du sujet

Ingénierie Véhicule



ZOE PREVIEW

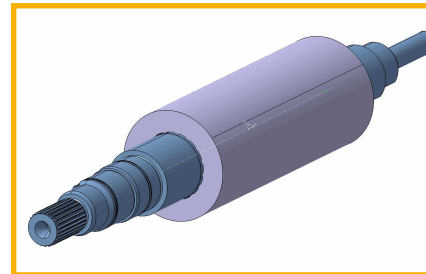
Ingénierie Mécanique

GMP électriques
(moteurs + batteries)



3^{ème} génération by Renault

GMP thermiques
(moteurs + boîtes)



r
o
t
o
r

Patrick ORVAL

Spécialiste Modélisation
(domaine de la contrainte
statique et quasi-statique)

Sujet : liaison arbre – stack de tôles du rotor

Contraintes de l'automobile :

- vitesse tangentielle au maxi connu
- masse rotor inégalée
- T°C maxi inégalée
- grande série

=



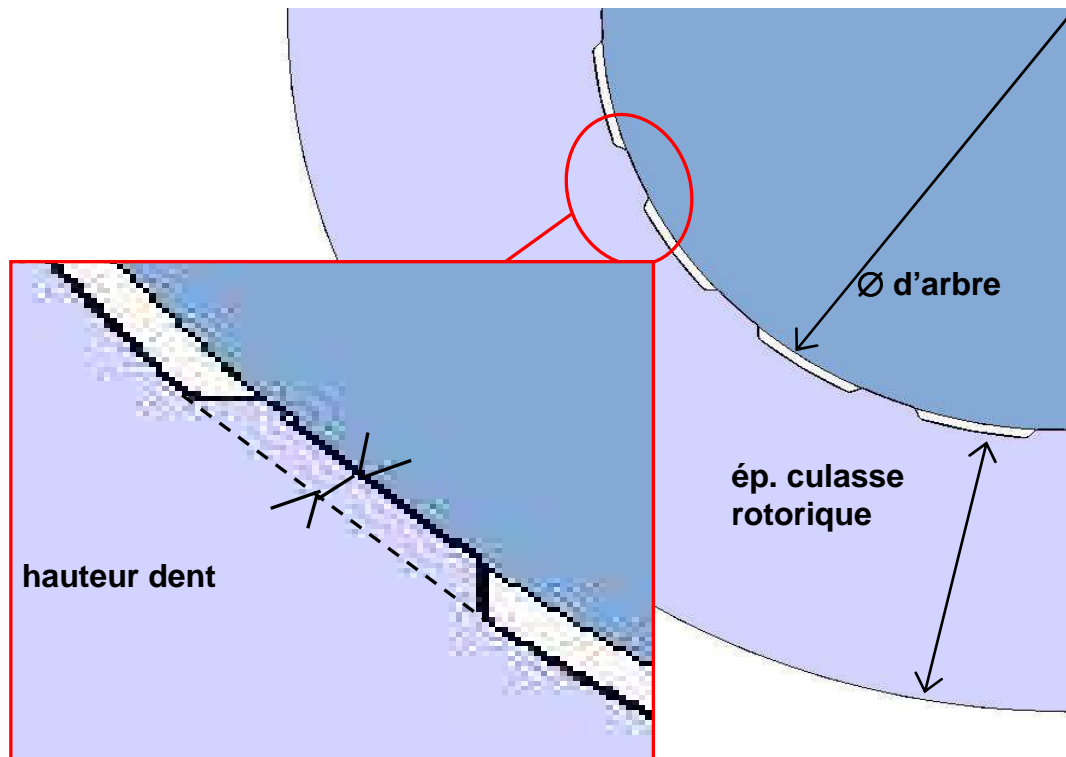
Les liaisons « classiques » écartées

- Données d'entrée imposées par le CdC produit
 - Longueur active du stack de tôles à emmancher élevée
 - IT de serrage maxi « grande série » : ~ 0,15 mm au \emptyset
- Emmanchement arbre lisse – tôles lisses : **NOK**
 - Effort maxi requis trop élevé
 - Endommagement des tôles coté entrée d'arbre
 - Perte de rectitude de l'arbre
- Serrage axial (écrou + butée sur l'arbre) avec clavettes : **NOK**
 - Coût de fabrication élevé (rainures de clavettes dans l'arbre + pièces en sus)
 - Longueur GMP augmentée (écrou + butée axiale sur l'arbre)
- Dentures types engrenages : **NOK**
 - Coût de fabrication prohibitif (usinages sur arbre)



La liaison retenue

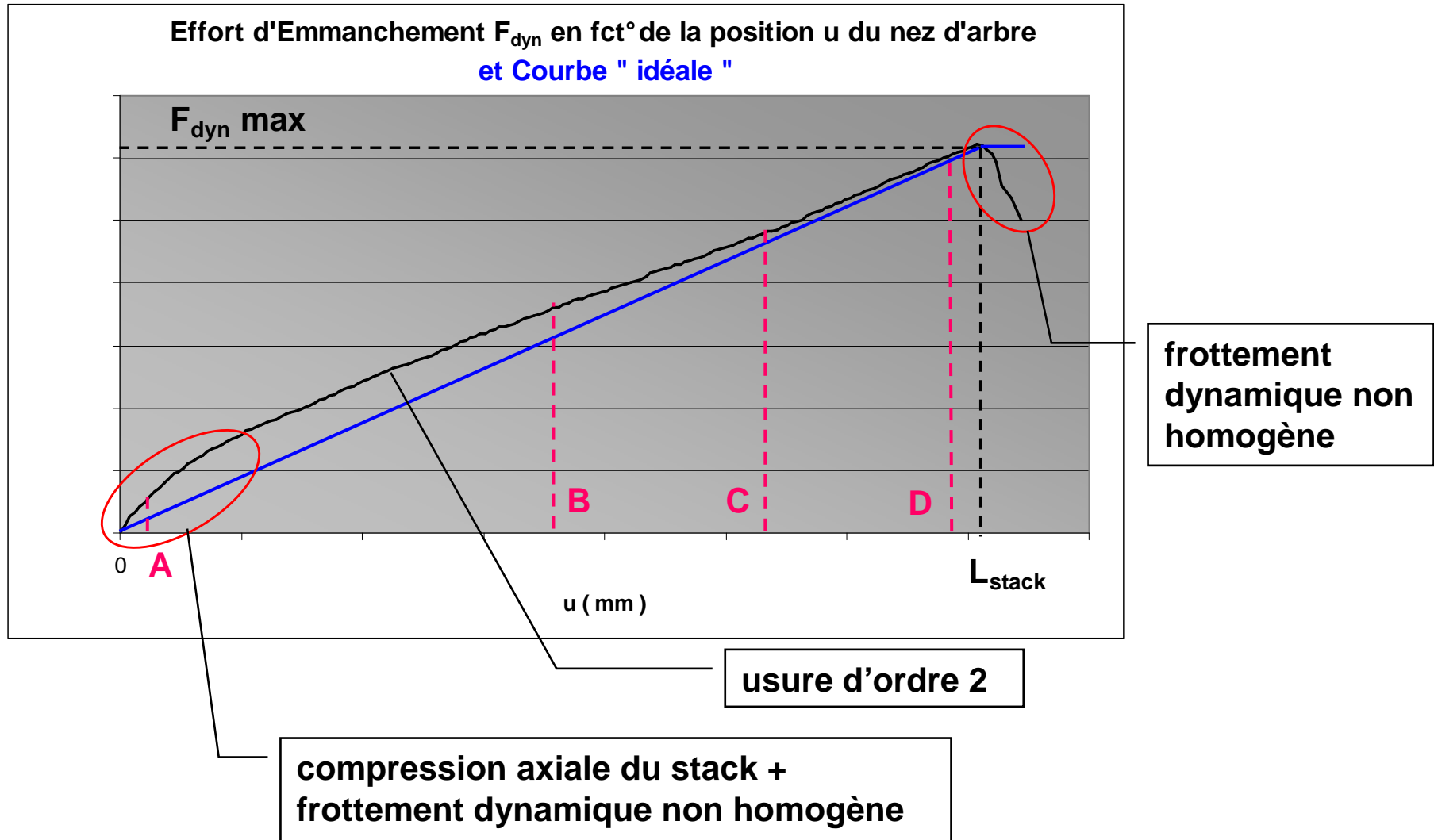
- Choix emmanchement arbre lisse – tôles avec dents
 - Coût de fabrication minimum
 - Effort d'emmanchement acceptable
 - **Modélisation non décrite dans la littérature**



$$\text{Portance} = \frac{\text{longueur de contact}}{\text{périmètre d'arbre}}$$

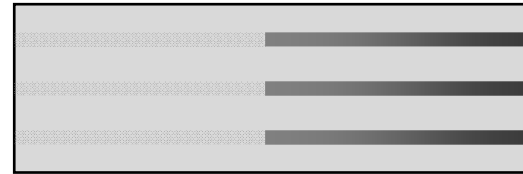


Courbe d'effort d'emmanchement « inattendue »



Analyse des pièces après emmanchement

- État de surface de l'arbre non homogène
→ frottement non homogène confirmé :

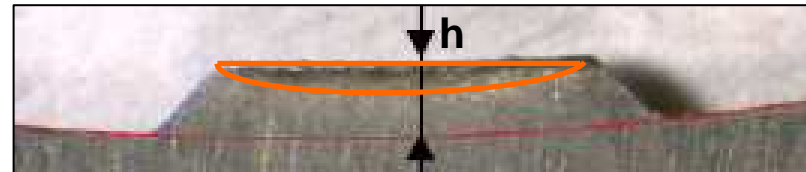


- Trace de vernis et de fragment de tôles incrustés dans l'arbre → usure confirmée

- Compression axiale non linéaire du stack :



- Plasticité limitée aux dents :

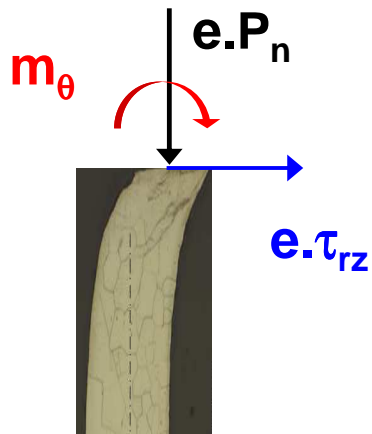


- Grandes déformations résiduelles des dents à l'état libre après extraction de l'arbre :



Besoin d'un modèle physique de compréhension d'ordre 1

- L'objet de la présentation montre comment nous parviendrons grâce à une approche analytique d'ordre 1 à identifier les **conditions limites physiques non triviales du contact arbre-dent** (en préalable à un modèle éléments finis) :
 - Le frottement non homogène le long de l'arbre
 - L'usure des dents
- Vision du torseur d'efforts local au contact arbre-dent :



- Le frottement non homogène et l'usure vont piloter les 2 composantes :
 - P_n pression de contact
 - τ_{rz} cisaillement
- La raideur de l'arbre plein imposera $\omega_\theta = 0$ et donc m_θ



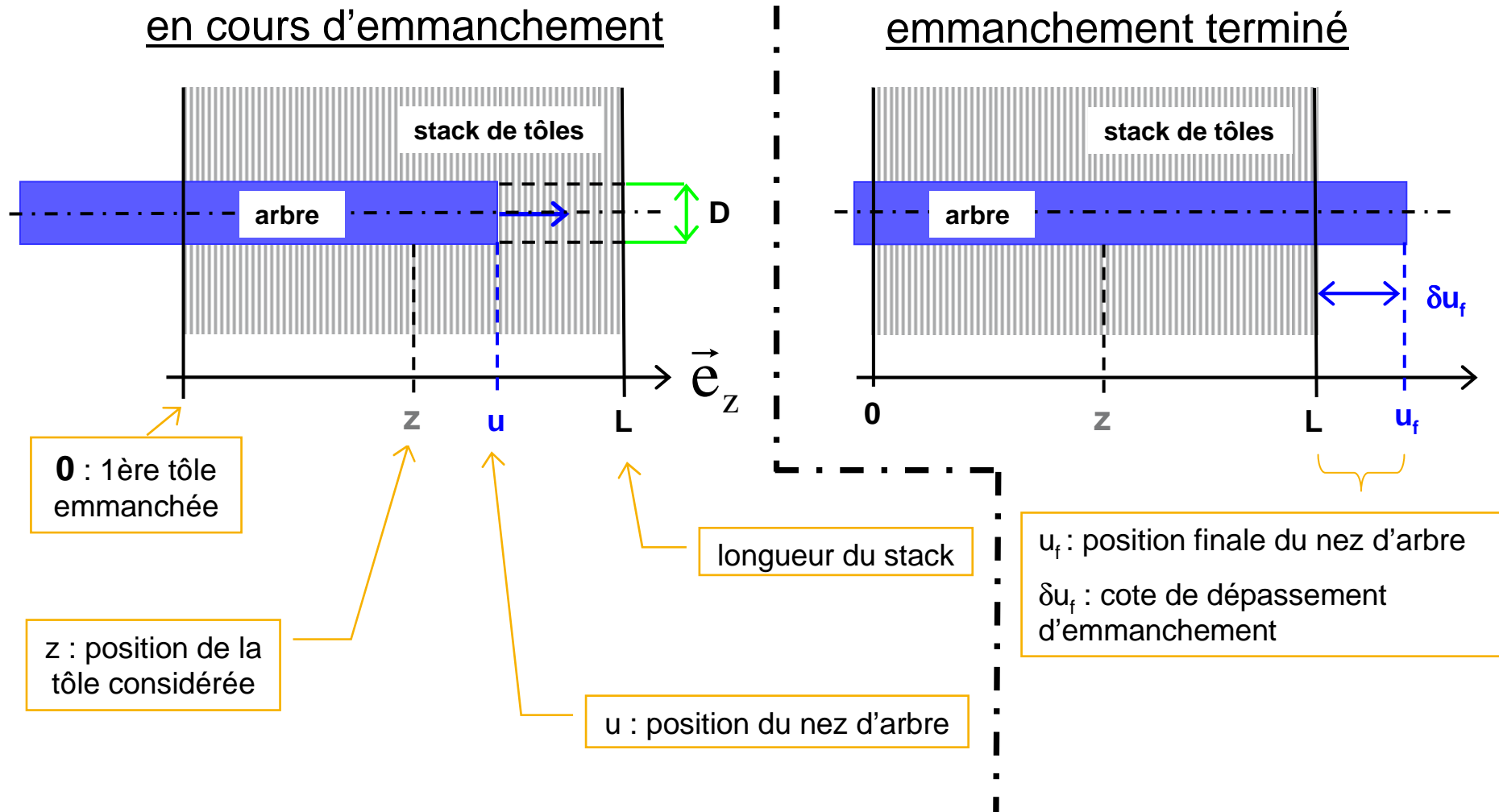
Idée de départ : approche énergétique unifiée

- **Les observations ont mis en évidence deux mécanismes intervenant lors de l'emmanchement sur le torseur d'efforts local au contact arbre-dent :**
 - un frottement non homogène
 - un phénomène d'usure des dents
- **A cela s'ajoute trois autres mécanismes :**
 - compression axiale non linéaire du stack (échelle globale)
 - grandes déformations des dents avec plasticité limitée aux dents
 - déformation élastique de la culasse rotorique dans son plan

- **Tous ces mécanismes interagissent les uns avec les autres et ne peuvent être quantifiés séparément à partir des seules observations expérimentales**
- **Par contre ils ont tous une action qui contribue à la même grandeur macroscopique : l'énergie fournie par la presse pour l'emmanchement**
- **L'approche analytique d'ordre 1 développée ci-après vise à reconstruire la courbe d'effort d'emmanchement grâce aux données expérimentales**
- **Elle va permettre de :**
 - quantifier à l'échelle locale le frottement non homogène et l'usure des dents
 - fournir ainsi un modèle physique robuste pour une phase calcul éléments finis



Schéma et notations



Modèle énergétique et d'effort d'emmanchement pendant l'emmanchement c.-à-d. $u < L$

- **Modèle énergétique** : pour une variation du , la variation d'énergie fournie par la presse est la somme de plusieurs sources :

- Énergie de frottement entre l'arbre et les dents des $(n - 1)$ tôles déjà emmanchées

- Énergie de compression élastique axiale du stack à la position u
- Avec une raideur axiale du stack quasi constante

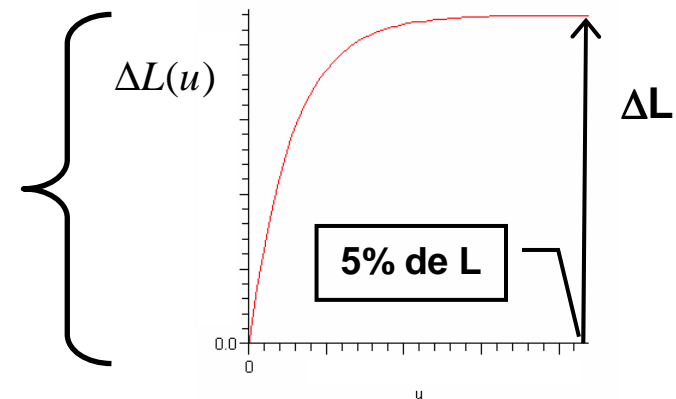
$$dW(u) = \underbrace{n_{dent} \cdot \delta W_\varepsilon(u) \cdot \frac{du}{e}}_{\text{Énergie de déformation}} + \underbrace{\pi \cdot Portance \cdot D \cdot \bar{\tau}_{rz,dyn}(u) \cdot \left(\frac{u}{e} - 1\right) \cdot e \cdot du}_{\text{Énergie de frottement}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot F_{dyn}(u) \cdot dL(u)}_{\text{Énergie de compression}} + \underbrace{n_{dent} \cdot \delta W_w(u)}_{\text{Énergie d'usure}}$$

- Énergie de déformation de la $n^{ième}$ tôle voyant passer le nez d'arbre à la position u
- Comptée linéairement à l'ordre 1 par rapport à l'épaisseur de la tôle e

- Énergie d'usure de l'ensemble des dents déjà emmanchées à la position u

- Pour le modèle de compression axiale du stack ayant une structure « sandwich », j'ai proposé :

$$dL(u) = e^{-\frac{u}{\Delta L}} \cdot du$$



Exploitation « aux limites » du modèle énergétique

- **Modèle d'effort d'emmanchement associé** : en considérant que le terme d'énergie d'usure est d'ordre 2

$$F_{dyn}(u) = \frac{dW(u)}{du} \approx \frac{\frac{n_{dent} \cdot \delta W_{\varepsilon}(u)}{e} + \pi \cdot P_{ortance} \cdot D \cdot \overline{\tau_{rz\ dyn}}(u) \cdot (u - e)}{1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{u}{\Delta L}}}$$

- **Au début de l'emmanchement ($u \rightarrow 0^+$) :**

- Le terme de cisaillement moyen installé tend vers 0
- On peut donc écrire l'égalité suivante (généralisée à l'ordre 1 $\forall u$) :

$$\delta W_{\varepsilon}(0^+) = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{n_{dent}} \cdot F_{dyn}(0^+) \approx \delta W_{\varepsilon}(u)$$

- **Dès que la position du nez d'arbre est « grande » :**

- Le terme de déformation de la tôle est négligeable devant le terme de frottement
- On a donc l'égalité suivante :

$$\overline{\tau_{rz\ dyn}}(u) \approx \frac{F_{dyn}(u)}{\pi \cdot P_{ortance} \cdot D \cdot u}$$



Proposition d'un modèle de frottement non homogène

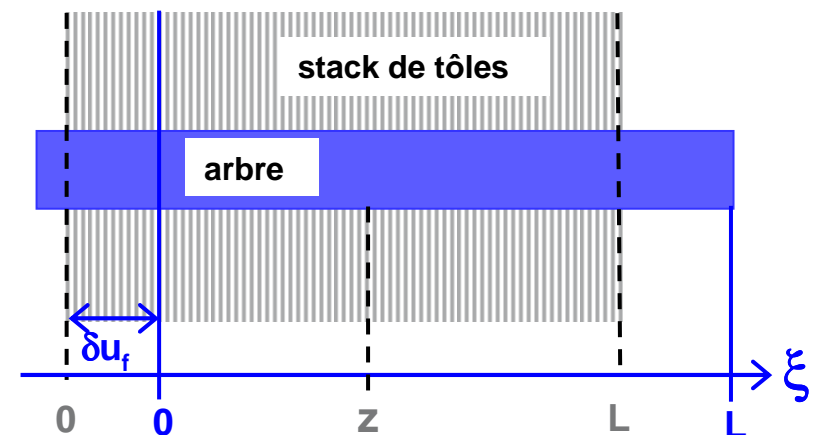
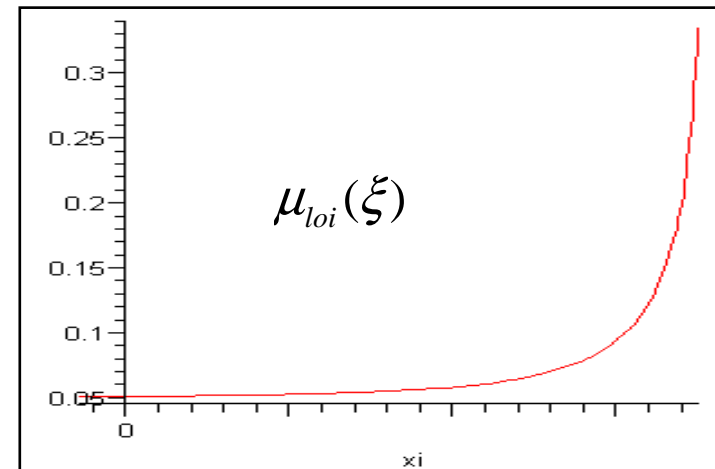
- **Considérant que le phénomène d'usure est d'ordre 2, j'ai établi une loi de coefficient de frottement dynamique non homogène dans le repère de l'arbre :**

$$\mu_{loi}(\xi) = \frac{\mu_0}{F_{[k_0, u_0]}(\xi)}$$

- μ_0 est un paramètre d'amplitude, k_0 et u_0 sont des paramètres de forme, **tous indépendants du serrage**

- Dans le repère lié au stack, on a :

$$\mu_{dyn}(z, u) = \frac{\mu_0}{F_{[k_0, u_0]}(z, u)}$$



Modèles d'usure des dents et de reprise élastique de la culasse rotorique

- Pour l'usure radiale des dents un modèle de type Archard est utilisé :

$$dw(z, u) = K \cdot \frac{P_n(z, u)}{Hb} \cdot du$$

- Pour la reprise élastique de la culasse rotorique due à l'usure radiale, une loi linéaire est naturellement utilisée :

$$dP_n(z, u) = -C \cdot dw(z, u)$$

- Après intégration, en considérant à l'ordre 1 que $P_n(z, z) = P_0$ est constante :

$$P_n(z, u) = P_0 \cdot e^{-C \cdot K \cdot \frac{(u-z)}{Hb}}$$



Modèle de couple transmissible

- Le couple transmissible par tôle sera connu via un ratio entre un coefficient de frottement statique et le coefficient de frottement dynamique :

$$\bar{k}_{stat} = \frac{\mu_{stat}(z, u)}{\mu_{dyn}(z, u)} \longrightarrow \text{Couple}_{stat}(z, u) = \bar{k}_{stat} \cdot \pi \cdot Portance \cdot \frac{D^2}{2} \cdot e \cdot \tau_{rz, dyn}(z, u)$$

- Une corrélation avec un coefficient moyen $\bar{k}_{stat} > 1$ sera donc recherchée :

$$\text{Couple}_{stat}(u_f) = \bar{k}_{stat} \cdot F_{dyn}(u_f) \cdot \frac{D}{2}$$



Quantification expérimentale

Modèle de frottement non homogène

- Rappel pour u « grand » :
$$\overline{\tau_{rz \text{ dyn}}}(u) \approx \frac{F_{\text{dyn}}(u)}{\pi \cdot \text{Portance} \cdot D \cdot u}$$
- **En négligeant à l'ordre 1 l'effet d'usure**, on quantifie ainsi les paramètres de forme k_0 et u_0 pour la loi de coefficient de frottement dynamique non homogène
- **Connaissant P_0 pour un emmanchement référence**, on aura le paramètre d'amplitude μ_0 , avec en $u = L$:

$$\overline{\tau_{rz \text{ dyn}}}(L) = \mu_0 \cdot \frac{1}{L} \cdot \int_{z=0}^{z=L} \frac{dz}{F_{[k_0, u_0]}(z, u)} \cdot P_0$$

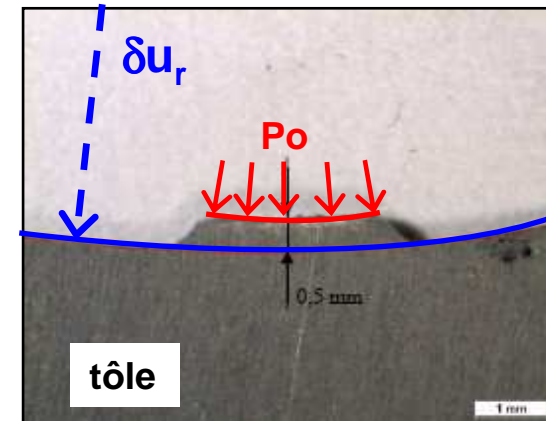


Quantification expérimentale

Recherche de P_0 et détermination de μ_0

- Mesure du retour élastique du rayon de fond des dents sur un stack référence

Repère tôle	A	B	C	D
δu_r	0,02	0,02	0,02	0,02



- La mesure confirme que la pression de contact est quasi constante et donc que l'usure est d'ordre 2
- **J'ai utilisé le principe de Barré Saint-Venant (« vu dans le plan de la tôle »)**
 - La pression de contact du torseur d'efforts local au contact arbre-dent pilote la déformation radiale du rayon de fond des dents
- Un **modèle éléments finis élastoplastique « plan »** de la tôle avec ses dents permet alors de quantifier la pression de contact corrélant cette mesure
 - Pour le stack référence j'ai obtenu $P_0 = 275$ MPa d'où la valeur de μ_0



Modèle de reprise élastique de la culasse rotorique

- L'usure radiale des dents est assimilée à une variation de serrage au rayon
- Par calculs éléments finis élastoplastiques « plan » précédents, on a :

$$C = 3\,780 \text{ MPa/mm} \quad C = \frac{dPo}{d(\text{serrage au rayon})}$$

- Expérimentalement on utilise les courbes d'effort d'emmanchement :

$$C \approx \frac{1}{\pi \cdot P_{or \tan ce} \cdot D \cdot \overline{\mu_{rz \text{ dyn}}}(L) \cdot L} \cdot \frac{dF_{\text{dyn}}(L)}{d(\text{serrage au rayon})}$$

- → suivant la linéarité de $F_{\text{dyn}}(L) = f(\text{serrage au rayon})$ visible en [annexe I](#) :
C = 3 200 MPa/mm

- Cette bonne corrélation simulation / essais nous conforte sur :
 - La robustesse de l'ordre de grandeur du paramètre C
 - L'approche globale pour déterminer la loi de frottement non homogène et l'effet d'usure



Quantification expérimentale Modèle d'usure des dents

- A ce dernier stade je dispose des 2 expressions analytiques pour $F_{dyn}(u)$

- $0 < u < L$:
$$F_{dyn}(u) \approx \frac{\frac{1}{2} \cdot F_{dyn}(0^+) + \pi \cdot Portance \cdot D \cdot \int_{z=0}^{z=u} \frac{\mu_0}{F_{[k0, u0]}(z, u)} \cdot Po \cdot e^{-C \cdot K \cdot \frac{(u-z)}{Hb}} \cdot dz \cdot \left(1 - \frac{e}{u}\right)}{1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{u}{\Delta L}}}$$

- $L < u$:
$$F_{dyn}(u) \approx \pi \cdot Portance \cdot D \cdot \int_{z=0}^{z=L} \frac{\mu_0}{F_{[k0, u0]}(z, u)} \cdot Po \cdot e^{-C \cdot K \cdot \frac{(u-z)}{Hb}} \cdot dz$$

- Le logiciel Maple a permis de quantifier le dernier terme inconnu K (usure) sur l'essai d'emmanchement du stack référence :

- → $K = 3 \cdot 10^{-5}$, valeur typique d'usure entre métaux compatibles



Bilan des corrélations

- Les modèles de frottement non homogène et d'usure sont maintenant figés et utilisés pour toutes les corrélations finales
- Pour tenir compte du serrage qui n'apparaît pas explicitement dans les formulations précédentes de F_{dyn} , on prend en compte :
 - les termes $F_{\text{dyn}}(0^+)$ et ΔL connus expérimentalement pour chaque serrage
 - la valeur P_0 réévaluée grâce au logiciel Maple en 2 points de l'essai d'emmanchement

- Efforts d'emmanchement jusqu'à la position finale de l'arbre :
 - ± 5 % en pic sur 2 essais à serrage maxi [annexe II](#)
 - ± 9 % en pic sur 3 essais à serrage mini [annexe III](#)
- Couple transmissible :
 - $\overline{k_{\text{stat}}} = 1,37$ sur 1 essai à serrage maxi
 - $\overline{k_{\text{stat}}} = [1,32 ; 1,31]$ sur 2 essais à serrage mini
- Ces corrélations sont très bonnes



Apports de la démarche de compréhension d'ordre 1

- **Pour les futurs moteurs :**
 - **Limiter le nombre d'essais d'emmanchement de mise au point Produit x Process**
- **Identification des mécanismes non linéaires pour le modèle éléments finis :**
 - **Frottement non homogène**
 - **Usure des dents**
- **Le modèle éléments finis utilisant ces conditions limites non triviales permettra de remonter aux contraintes et de prédire la fiabilité en clientèle**
- **Rapidement des préconisations ont été données au BE :**
 - **Améliorer la mise en ligne préparatoire de l'arbre dans le stack avant l'emmanchement pour limiter la non homogénéité du frottement**

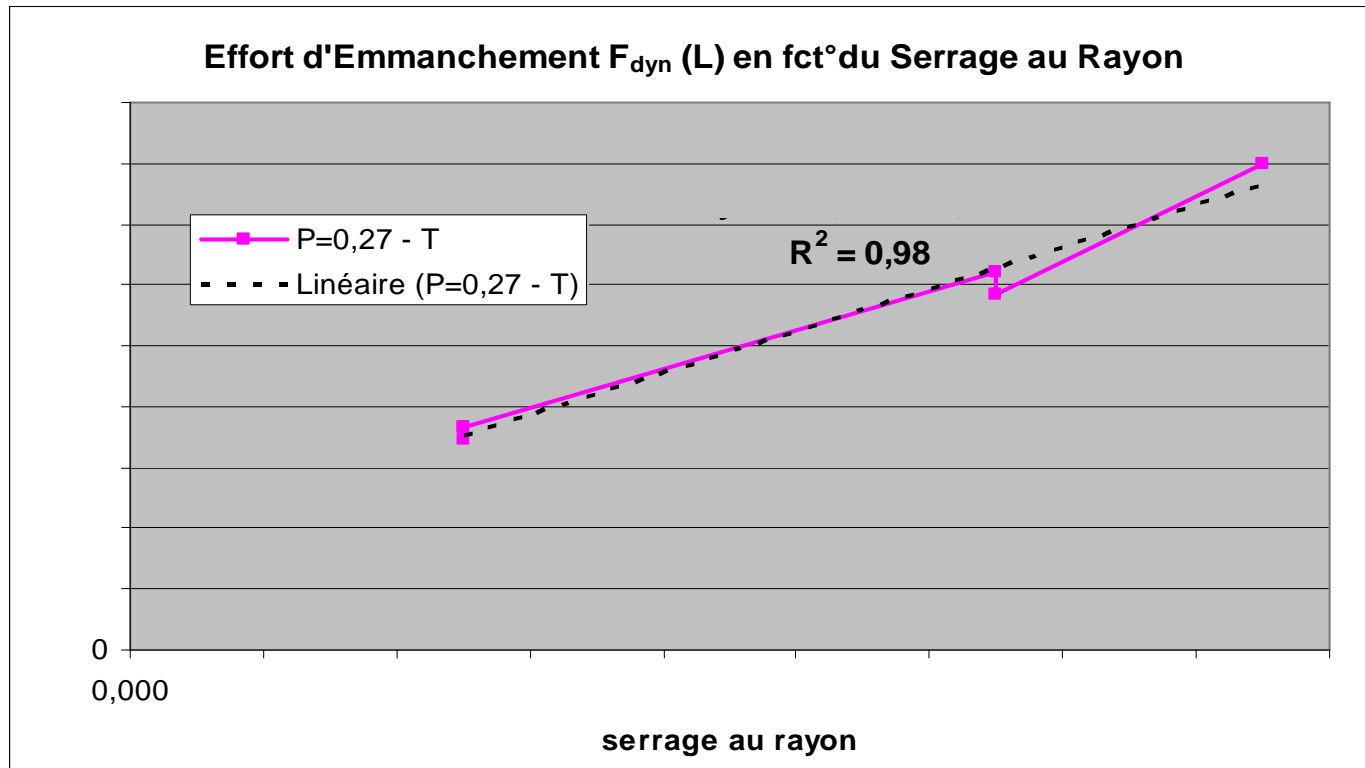


Remerciements

- **au comité NAFEMS et pour votre écoute**
 - pour mon 1^{er} séminaire
- **à Jean-Louis LIGIER, expert en simulation thermique et thermomécanique au sein de la Direction de la Mécanique de Renault S.A.**
 - pour les discussions libres et constructives sur ce sujet de quasi « recherche », toute proportion gardée
- **aux techniciens de la partie expérimentale**
 - pour avoir accepté le jeu de la collaboration avec moi
 - pour leur part de créativité face à la nouveauté de mes demandes de mesure
- **aux responsables du projet GMP électrique**
 - pour leur confiance et les moyens accordés dans un contexte financier difficile pour l'automobile
- **à Alain LELUAN, mon professeur de RdM et MMC pendant ma formation d'ingénieur, à qui j'ai souvent pensé pendant la réalisation de ces travaux**



Annexe I : linéarité de l'effort maxi d'emmanchement en fct° du serrage au rayon



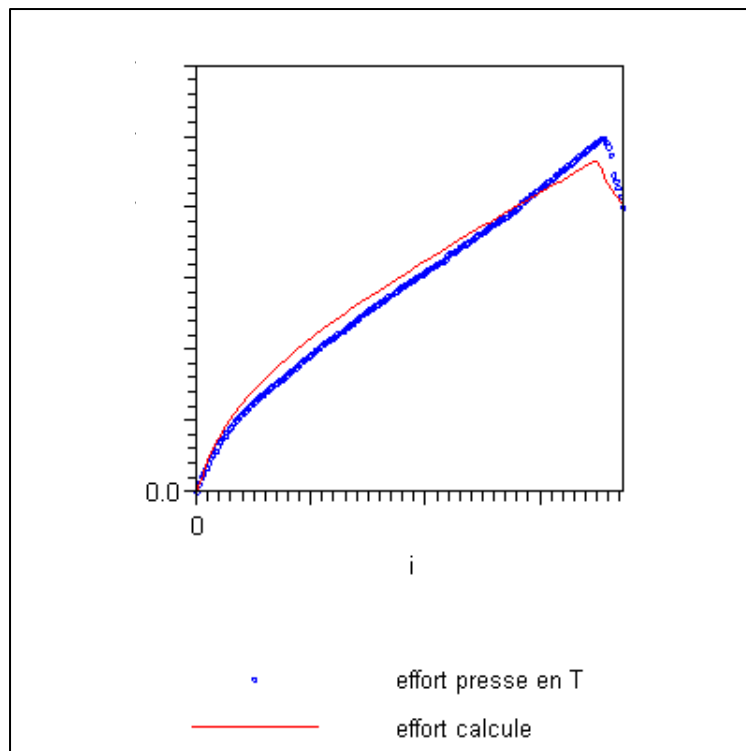
- ➔ La déformation plastique des dents est indépendante du serrage à l'ordre 1 au-delà d'une certaine valeur de serrage mini
- ➔ L'élasticité de la culasse rotorique reprend le complément et l'essentiel du serrage



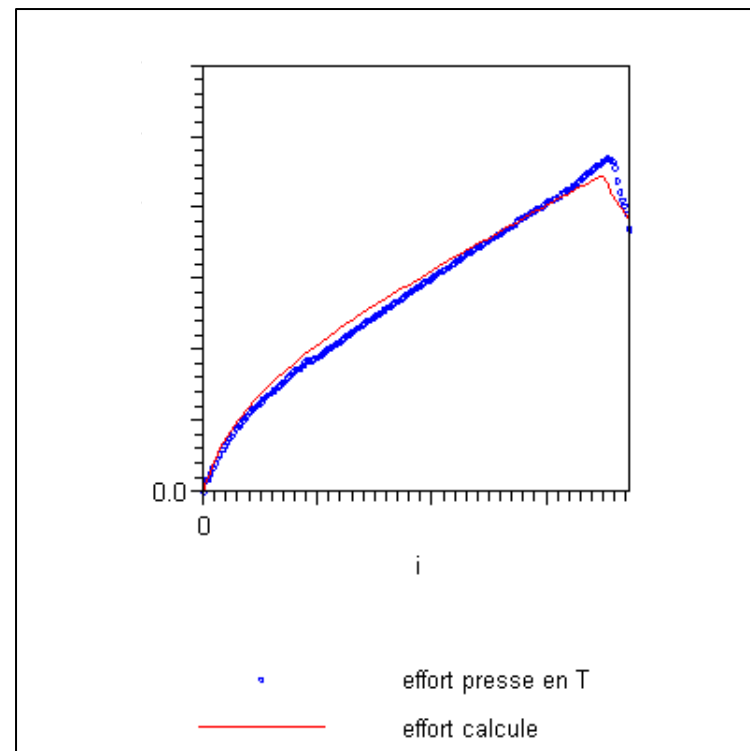
Annexe II : visualisation des corrélations calculs / mesures d'efforts d'emmanchement

- Serrage maxi : corrélation à $\pm 5\%$ en pic

stack référence n°RT4



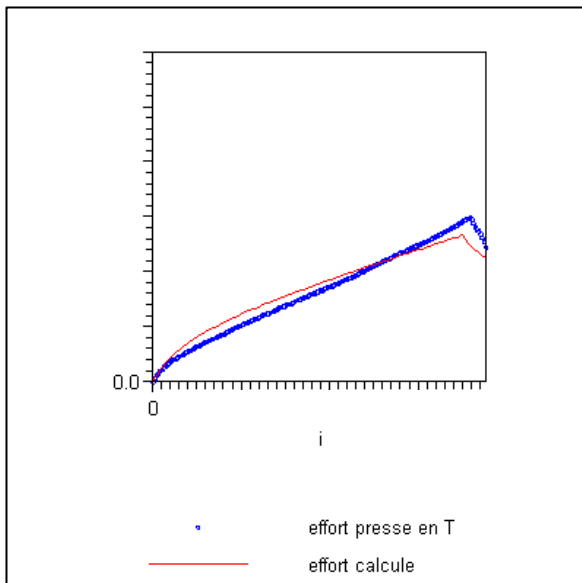
stack n°RT6



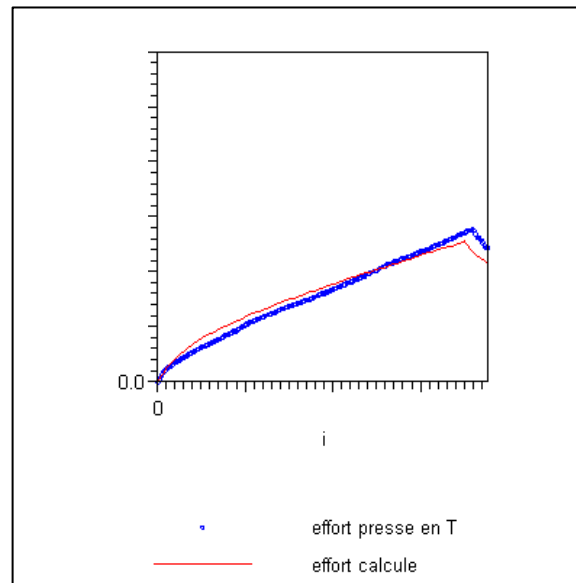
Annexe III : visualisation des corrélations calculs / mesures d'efforts d'emmanchement

- Serrage mini : corrélation à $\pm 9\%$ en pic

stack n°RT1



stack n°RT2



stack n°RT3

