



# *Simulation des structures sous chargements cycliques*

*pour la prévision de la fatigue*

*Habibou MAITOURNAM*

*Département de Mécanique  
École Polytechnique, Palaiseau, France*

# Plan

- **Présentation générale**  
contexte, difficultés, démarche globale  
structures sous chargements cycliques
- **Méthode cyclique directe**  
Principe  
Résolution par les séries de Fourier  
Résolution par les ondelettes
- **Méthodes "eulériennes"**  
méthodes stationnaires  
méthode transitoire dans le repère du chargement
- **Lien avec la fatigue**

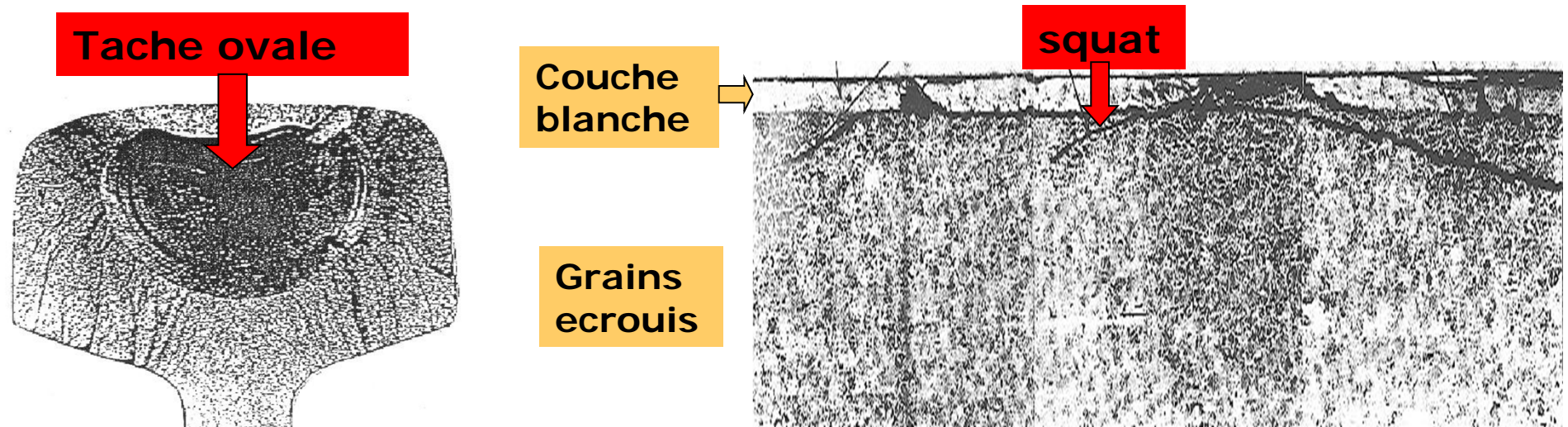
# Présentation générale : motivations

## Illustration I : endommagement et rupture de rail



Source : Salehi et al., IJF 2011

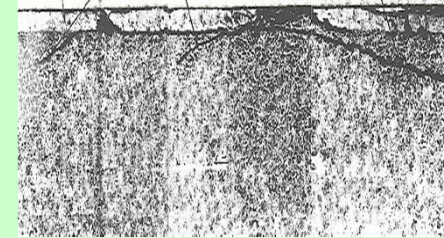
Peut-on a priori savoir le type de dommage?



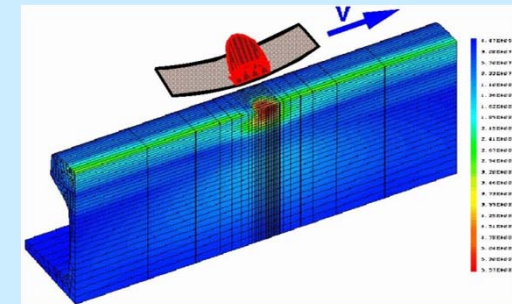
# Complexité du problème

- Endommagement des rails

Nature? Initiation, propagation :  
*Prévention et politique de maintenance*



- Evolution de l'état thermomécanique  
(contraintes et déformations)  
sous chargements mobiles et répétés



- Dynamique du système véhicule/voie

Forces globales

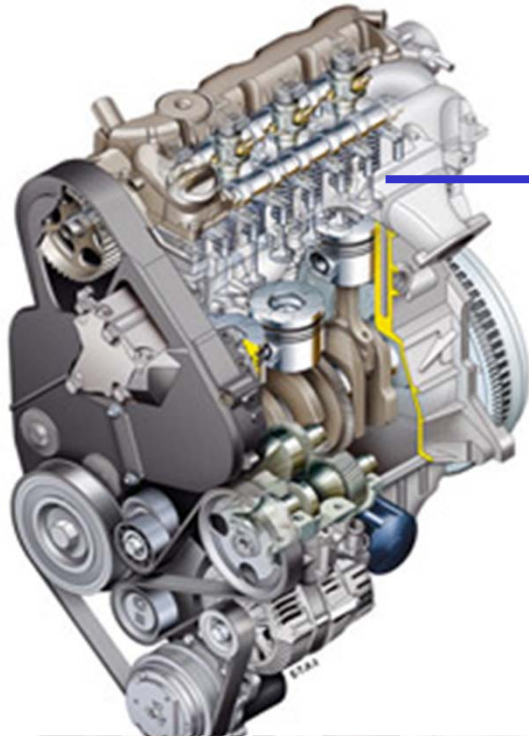
Contacts : localisations, pressions, ...





## Contexte

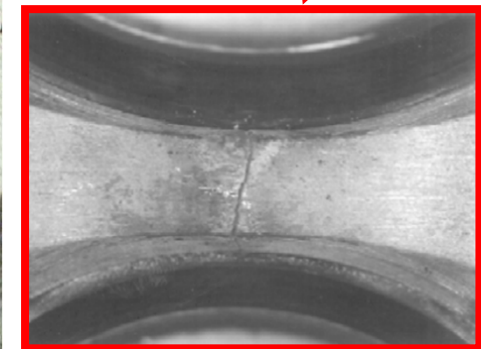
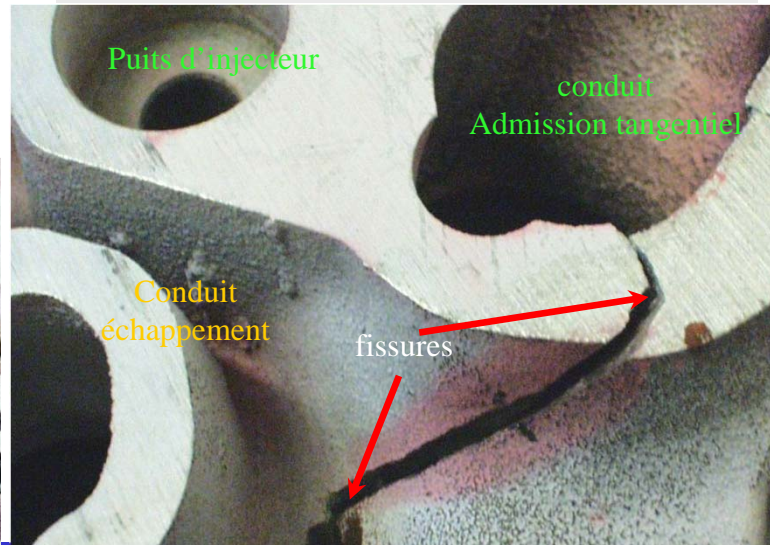
- Fatigue thermomécanique sur prototype (culasse, collecteur)



Fissuration  
+  
gonflement du pontet  
intersoupape de culasse

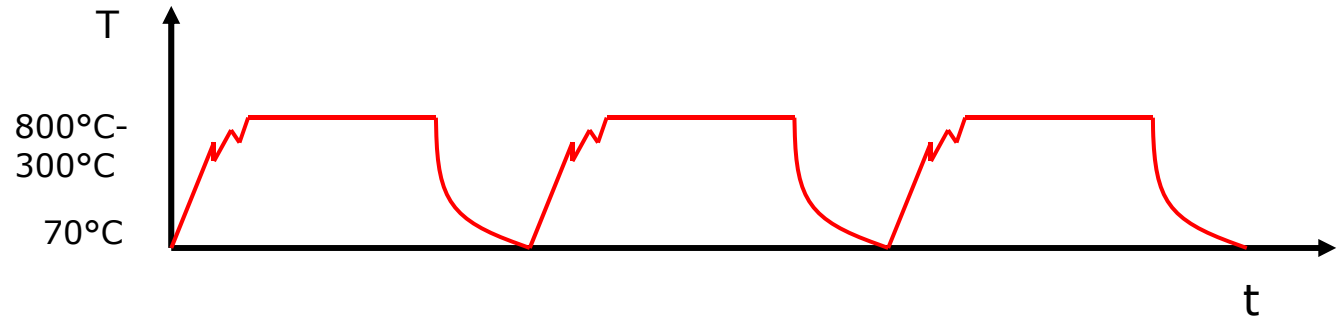
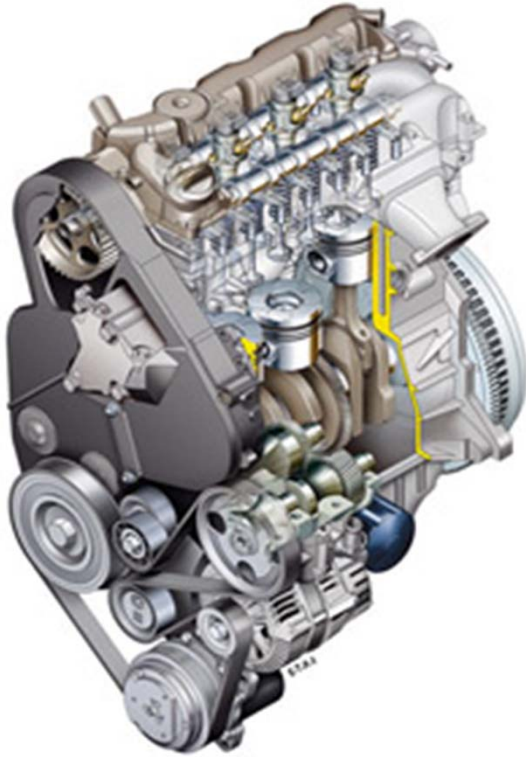


Culasse  
noyau d'eau

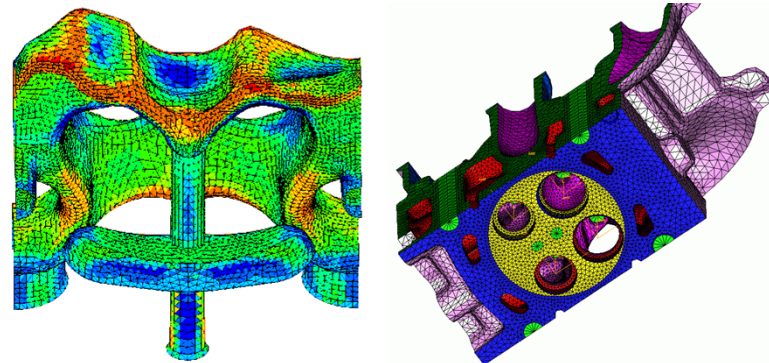


## ILLUSTRATION DE LA PROBLÉMATIQUE

- **Fatigue thermomécanique sur prototype :**



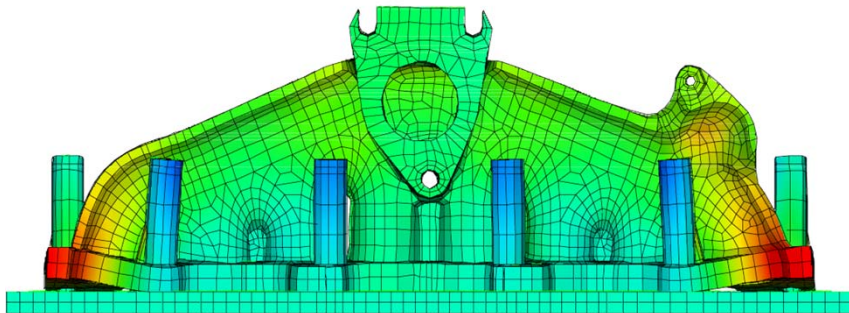
**Chargement thermomécanique cyclique : temps de calcul trop important**



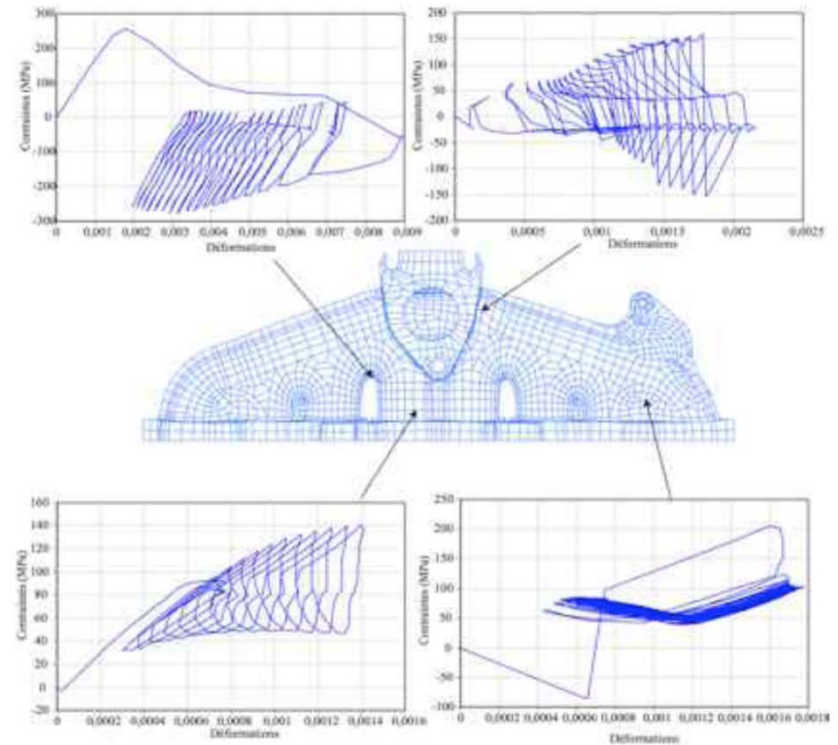
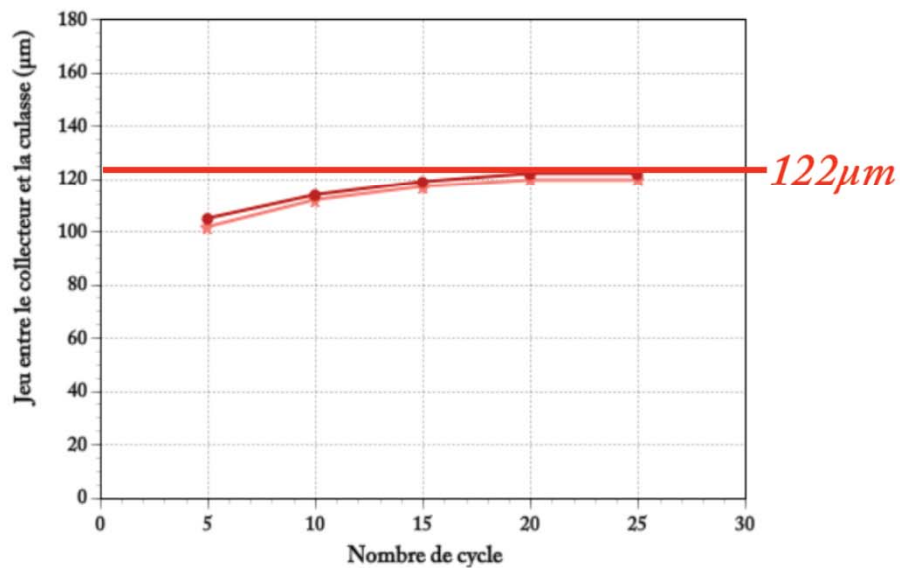
**Chargement cyclique : état asymptotique, sa nature? Peut-on le trouver directement?**



# Fatigue thermomécanique des collecteurs



Perte d'étanchéité :  
évolution?

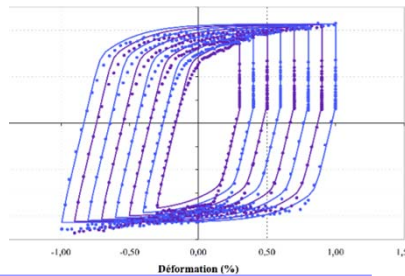


(Thèse F. Szmytka, PSA)

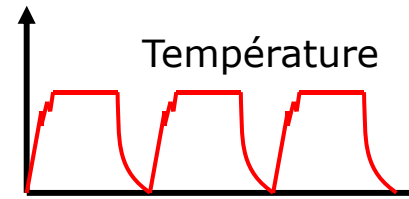
# DÉMARCHE GLOBALE



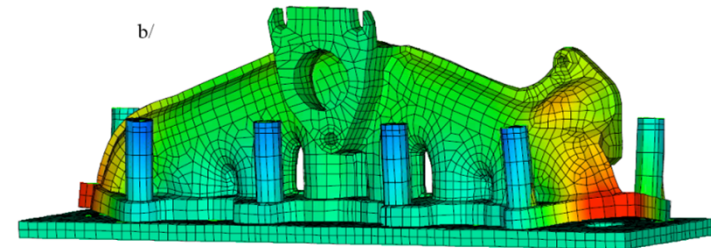
structure



matériau



chargement



**Prévision de la durée de vie**

*modèle utilisant les caractéristiques du cycle stabilisé*

**calcul cyclique**  
*recherche de l'état asymptotique*



## *Présentation générale : motivations*

- ✓ **Problèmes de tenue des structures industrielles**  
*compréhension et prévision théorique des diverses dégradations*
- ✓ **Proposer des approches *prédictives***  
*validées et utilisables en milieu industriel*
- ✓ **Nécessité d'une démarche globale :**  
*"la simplicité maximale compatible avec une représentation convenable des phénomènes en jeu"*

*modélisation*

*le comportement des matériaux*

*les stratégies spécifiques de calcul des structures*

*les critères de dégradations*

# *Présentation générale : motivations*

## ✓ **Chargements variables**

### ➔ **Fatigue : mais de quel type ?**

- grand nombre de cycles (endurance limitée ou illimitée)
- faible nombre de cycles

**La réponse dépend du système en question**

Exemples : rail-roue, automobile, ....

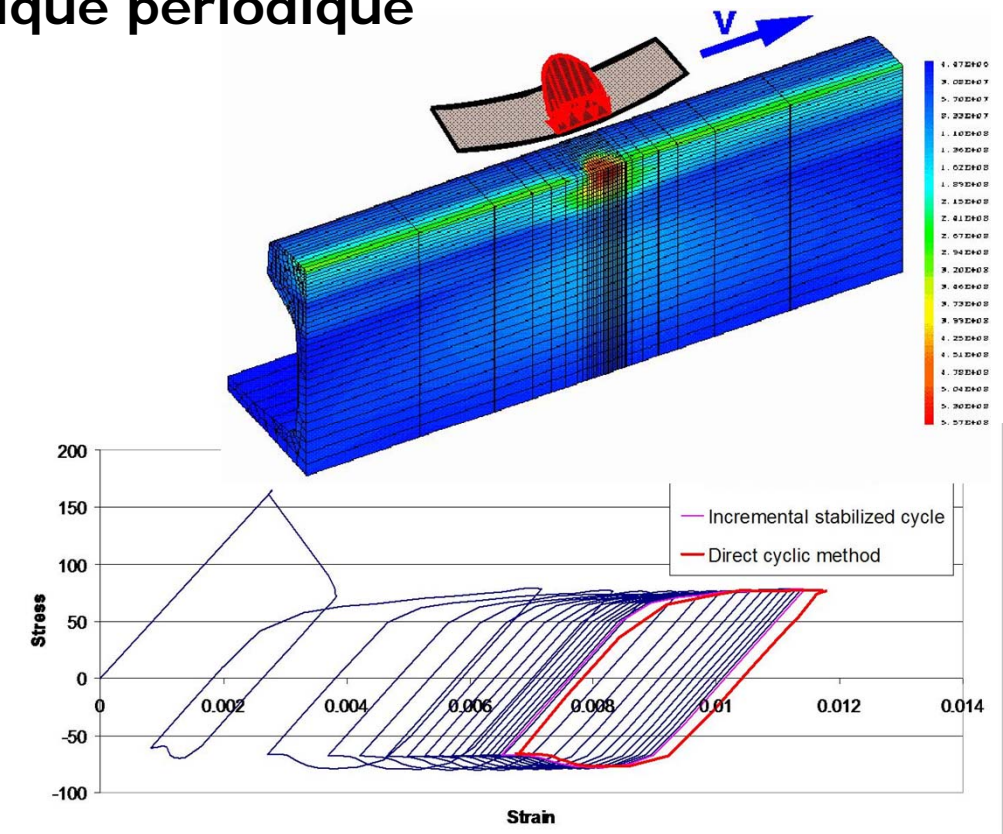
# Structures sous chargements cycliques

## Nature du chargement

1. Charge constante mobile et répétée
2. Charge mobile et répétée, constante par cycle
3. Chargement thermomécanique périodique

## QUESTIONS :

1. Evolution cycle par cycle ?
2. Y a t-il un état stabilisé ?
3. Nature de cet état limite ?
4. Nombre de cycles ?



# Matériau standard généralisé de classe C

Problème d'évolution quasi-statique, en transf. Infin., d'une structure

1. soumise à un chargement cyclique de période T  
*s'exerçant sur l'intervalle de temps  $[0, +\infty]$*
2. constituée d'un matériau élastoplastique standard généralisé  
*de classe C : l'énergie libre :  $w(\underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^p, \alpha) = w_e(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + w_a(\alpha)$*   
*avec  $w_a(\alpha)$  est une forme quadratique positive*

Résultats sur la réponse asymptotique (Halphen 1978, Wesfreid 1980)

1. Convergence de la réponse en contrainte généralisée et en vitesse de variables internes vers une solution périodique.
2. La réponse asymptotique dépend de l'état initial.
3. Toutes les solutions périodiques en contrainte généralisée différent d'un champ constant, quel que soit l'état initial.



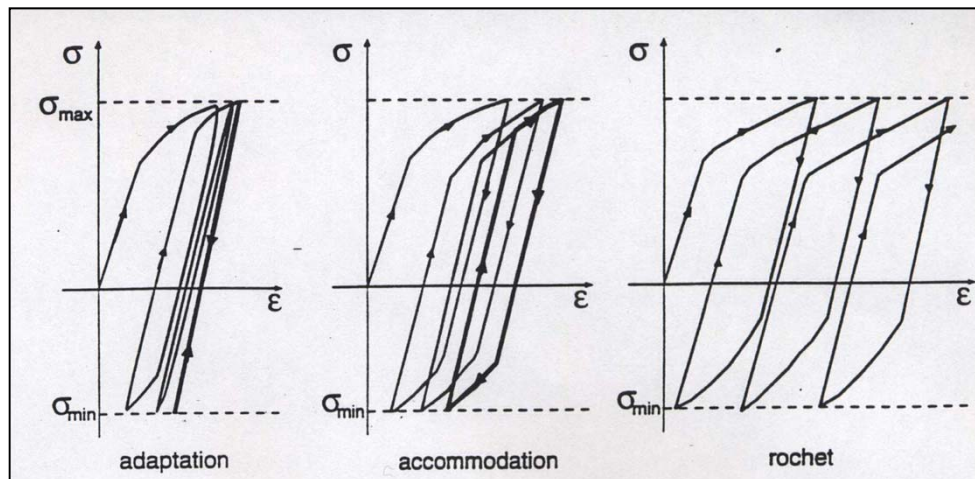
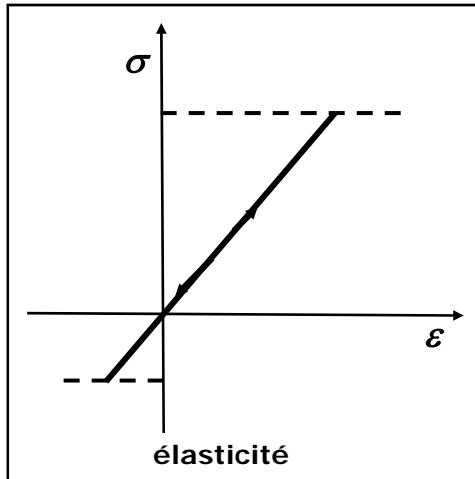
# Structures sous chargements cycliques

## *Etats asymptotiques*

Comportements asymptotiques des structures élasto-visco-plastiques soumises à des chargements thermomécaniques cycliques :

- élasticité
- adaptation
- accommodation
- rochet

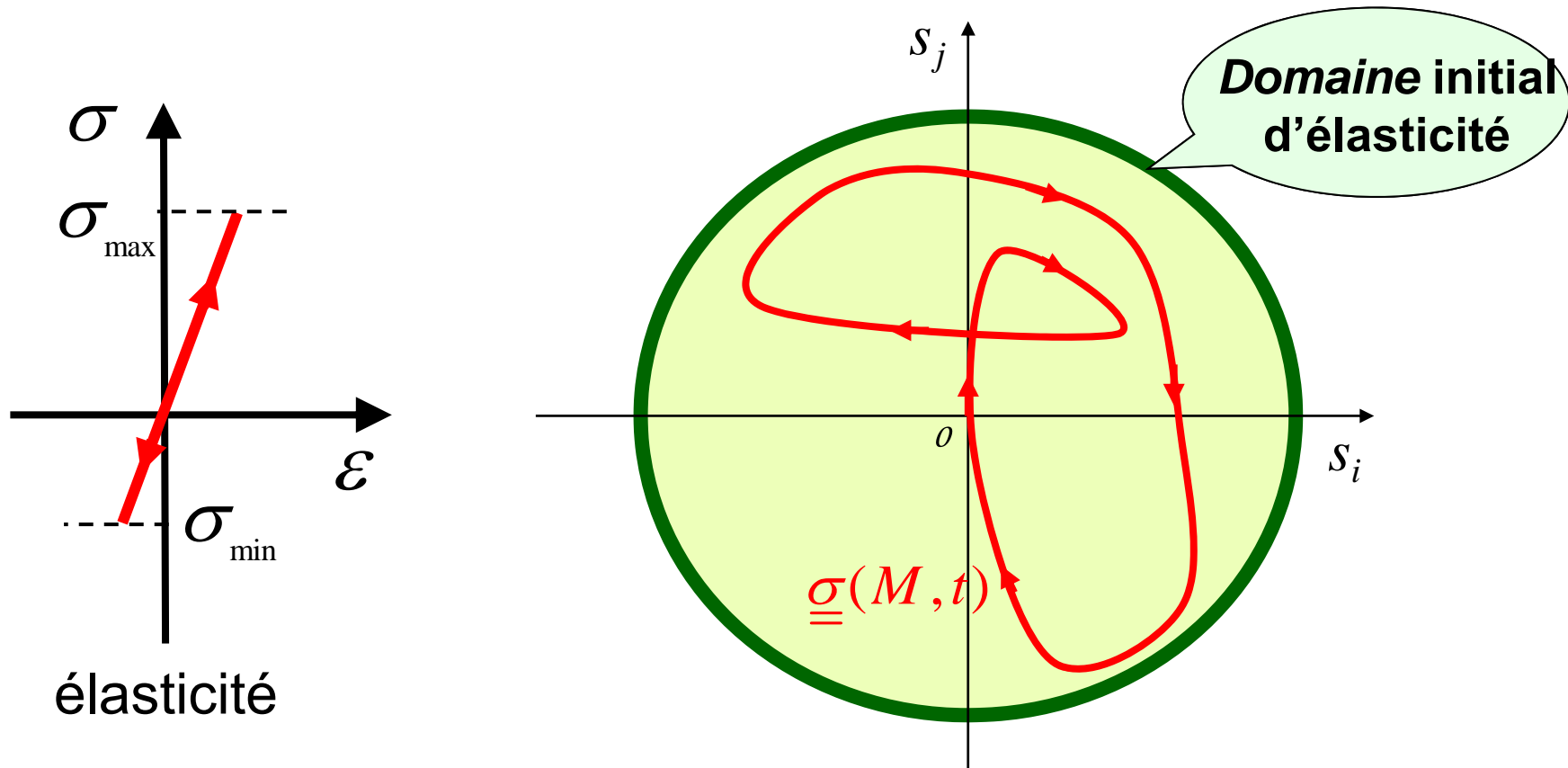
Réponses cycliques en déformation



**dans certains cas, seule la réponse stabilisée nous intéresse**

# Élasticité

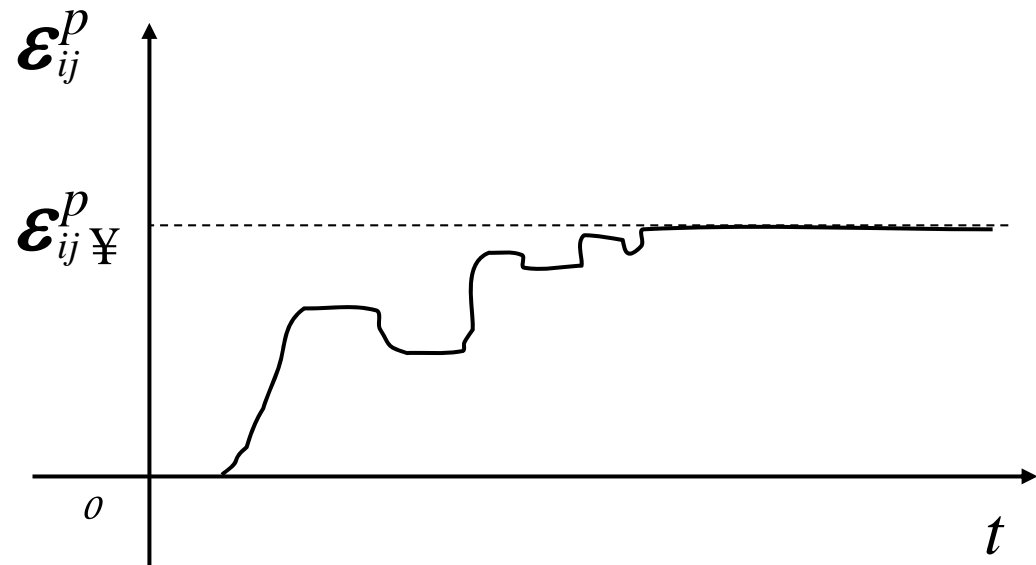
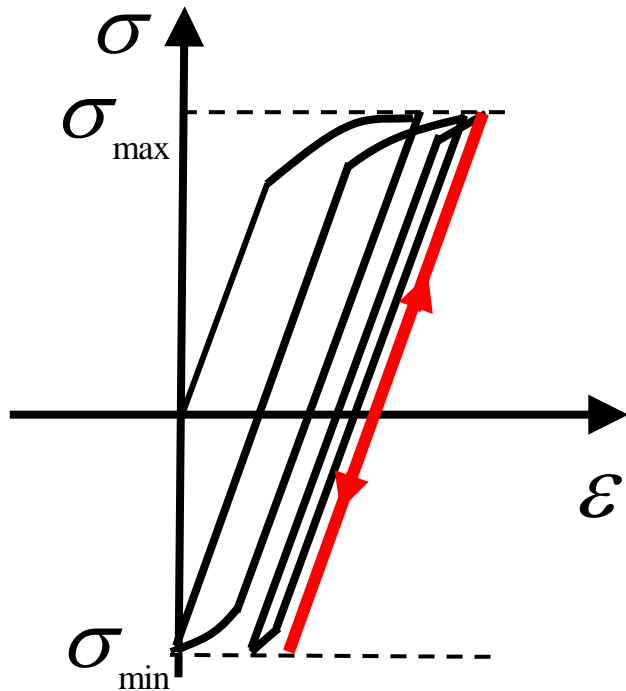
La réponse est élastique en tout point et à tout instant.



La dissipation macroscopique totale est nulle. Cependant la structure peut être sujette à de fissurations de **fatigue à grand nombre de cycles**.

# Adaptation

La structure peut plastifier pendant les premiers cycles, mais sa réponse asymptotique est élastique.



On a donc :  $\lim_{t \in \mathbb{R}^+} \underline{\underline{\varepsilon}}^p(M, t) = \underline{\underline{\varepsilon}}^p_{\infty}(M)$  et  $\lim_{t \in \mathbb{R}^+} \alpha(M, t) = \alpha_{\infty}(M)$

La déformation plastique et les autres variables internes tendent donc vers des valeurs fixes lorsque le temps devient grand.

soit :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^p(M, t) = \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^p(M) \text{ et } \lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\alpha}(M, t) = \boldsymbol{\alpha}_\infty(M)$$

- La réponse stabilisée se met sous la forme :

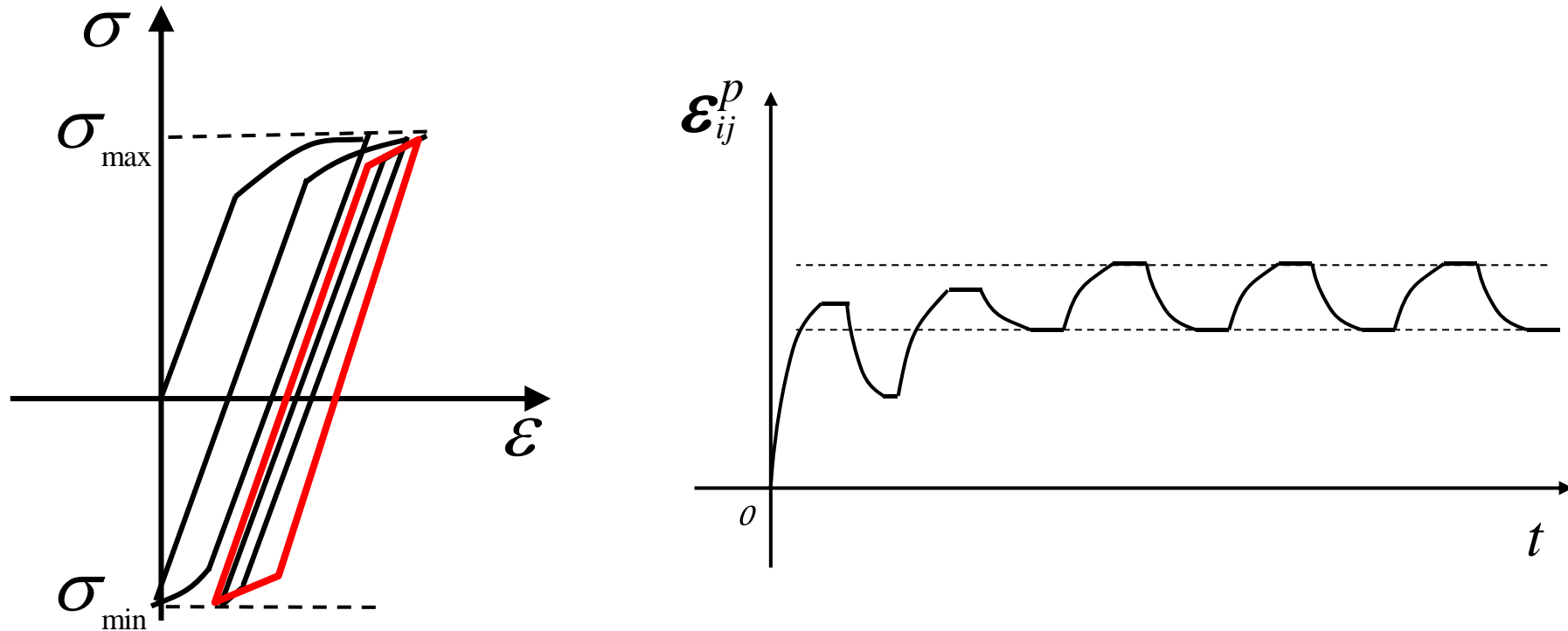
$$\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}(M, t) = \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^{el}(M, t) + \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^{res}(M)$$

- La dissipation sur un cycle tend vers zéro.
- **La structure peut être sujette à de fissurations de fatigue à grand nombre de cycles.**



## Accommodation

La réponse asymptotique est périodique en déformations plastiques et en variables internes



On a sur le cycle limite:  $\int_{\text{cycle}} \dot{\epsilon}(M, t) dt = 0$  et  $\int_{\text{cycle}} \dot{\alpha}(M, t) dt = 0$

Les contraintes, les déformations, les déformations plastiques et les autres variables internes tendent vers des états périodiques lorsque le temps devient grand.

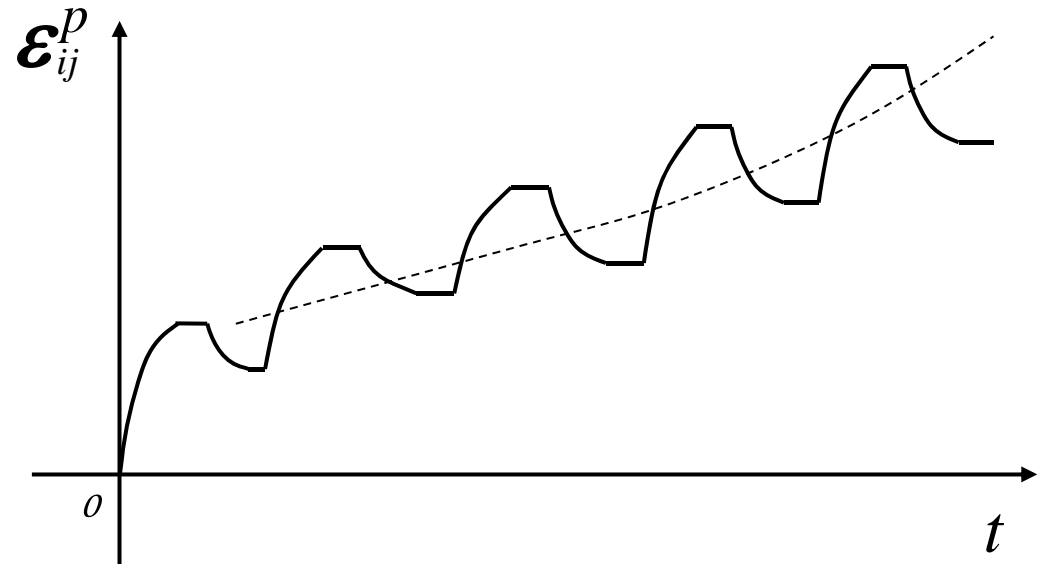
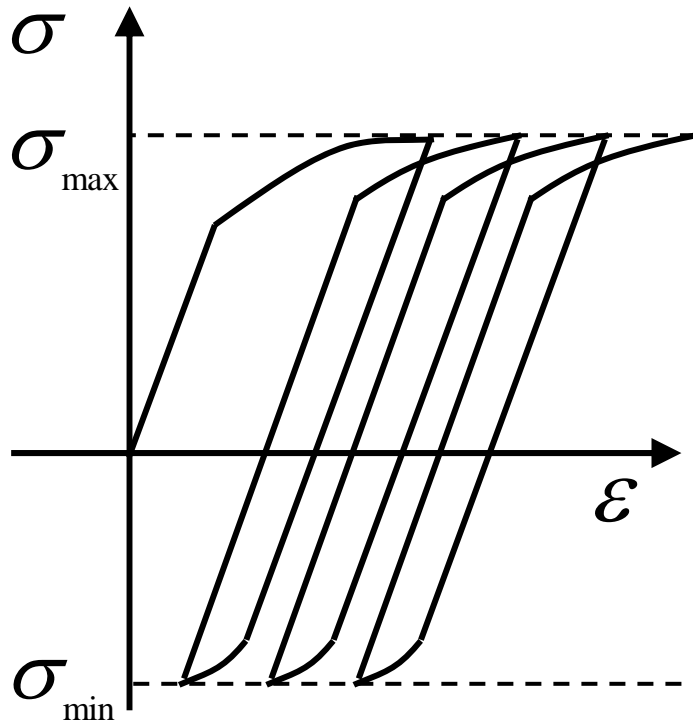
L'énergie dissipée par cycle devient constante (asymptotiquement).

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_t^{t+T} D_1(M, \tau) d\tau = \text{cte}(M)$$

- La dissipation par cycle tend vers une limite non nulle.
- **La structure peut être sujette à de fissurations de fatigue à relativement faible nombre de cycles.**

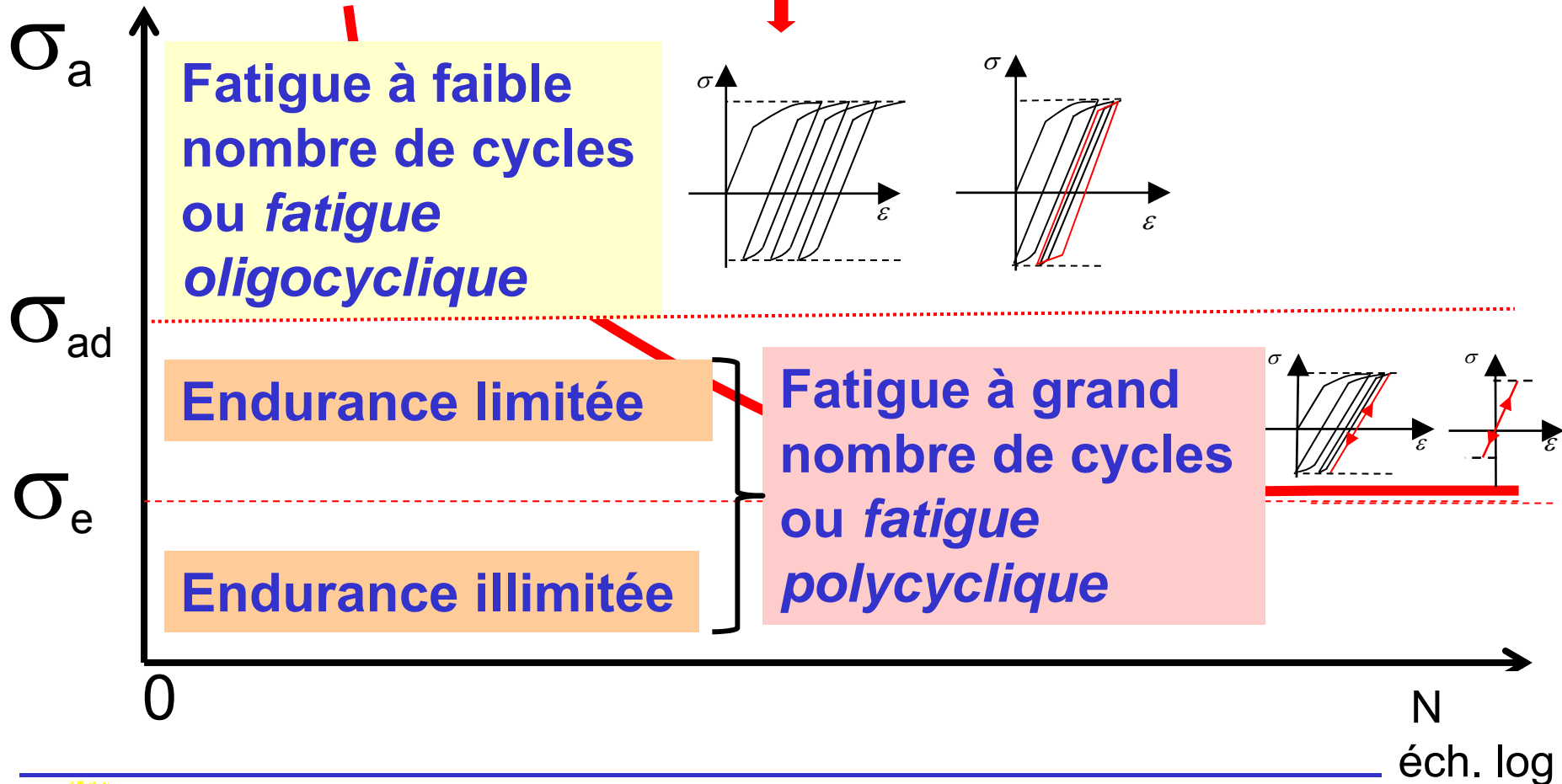
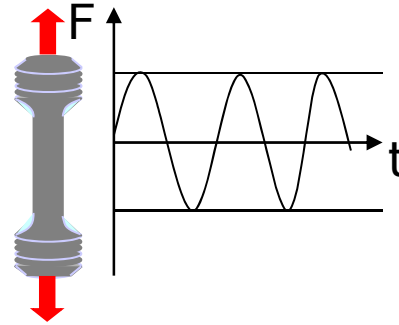
# Rochet

Pas de stabilisation en déformations plastiques et en variables internes.

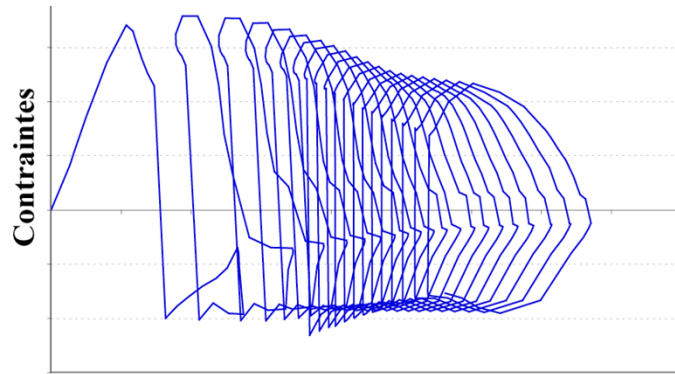


La ruine de structure survient très vite par déformation excessive locale ou globale.

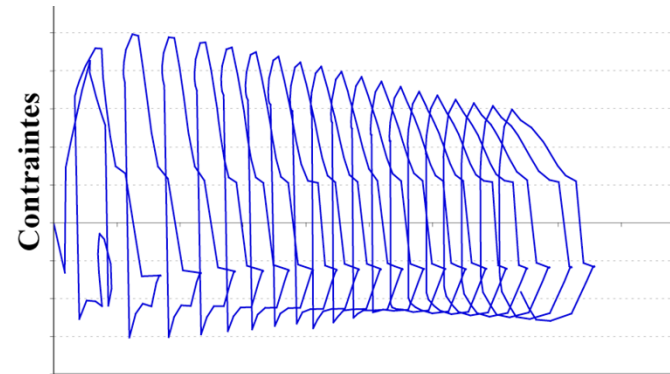
# Types de fatigue : basés sur l'état limite



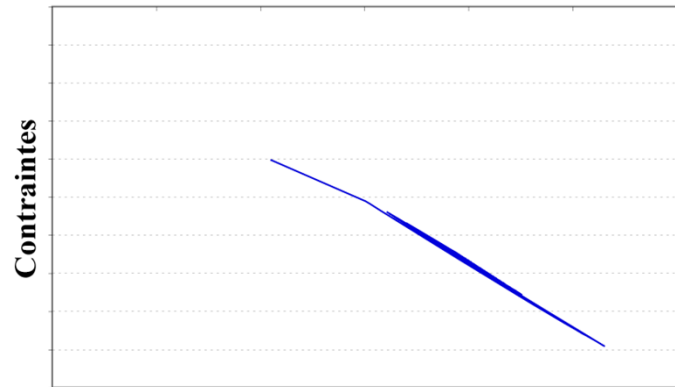
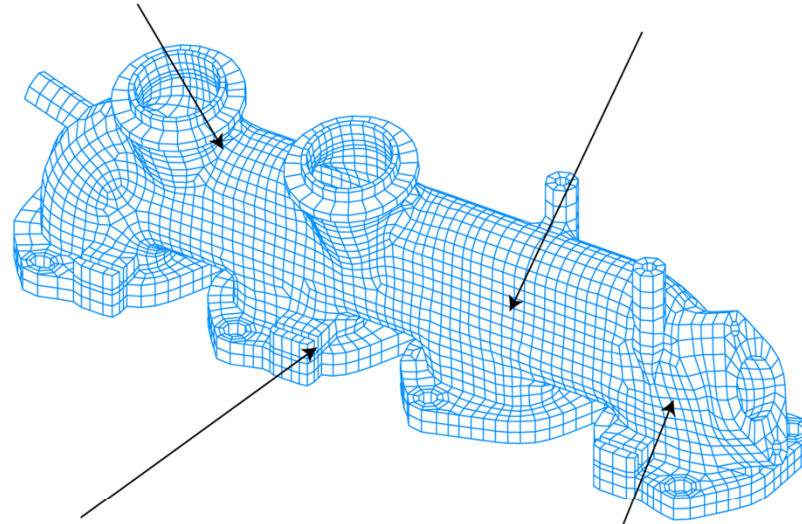




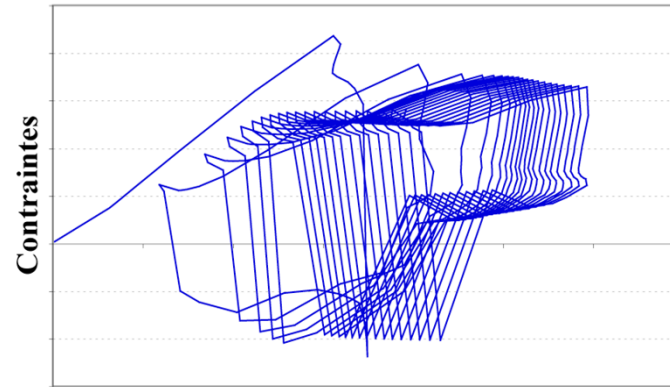
Déformations



Déformations



Déformations



Déformations

*D'après F. Szmytka, PSA*

# *Structures sous chargements cycliques*

- **Existence de solutions périodiques**

(B. Halphen, JB Baillon)

- **Convergence vers une solution périodique**

(B. Halphen, Johnson, P. Ladevèze–P. Rougée, ...)

- **Théorie de l'adaptation**

( Melan, Koiter, Ponter,  
Nguyen, Mandel, Halphen, Zarka  
Maier, Polizzoto,...)

# *Méthodes pour chargements cycliques*

- **Méthodes semi-analytiques** (K.L. Johnson)  
Nature du cycle limite
- **Méthode incrémentale classique**  
Trop coûteuse
- **Méthode des “sauts de cycles”** (Savalle-Lesne, 1987)
- **Méthode simplifiée** (J. Zarka)  
Estimation heuristique de paramètres internes
- **Méthode à grand incrément de temps** (P. Ladevèze)  
Utilisation d'une double échelle de temps  
Recherche du cycle stabilisé (Ladevèze & Rougée)
- **Contrôle optimal** (M. Peigney – C. Stolz)

# Plan

- **Présentation générale**

contexte, difficultés, démarche globale  
structures sous chargements cycliques

- **Méthode cyclique directe**

Principe

Résolution par les séries de Fourier

Résolution par les ondelettes

- **Méthodes eulériennes**

méthodes stationnaires

méthode transitoire dans le repère du chargement

# *MÉTHODE CYCLIQUE DIRECTE*

# *Introduction : nécessité d'une méthode cyclique directe*

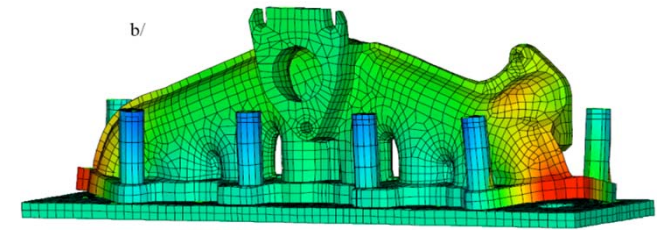
Structures industrielles soumises à des chargements cycliques



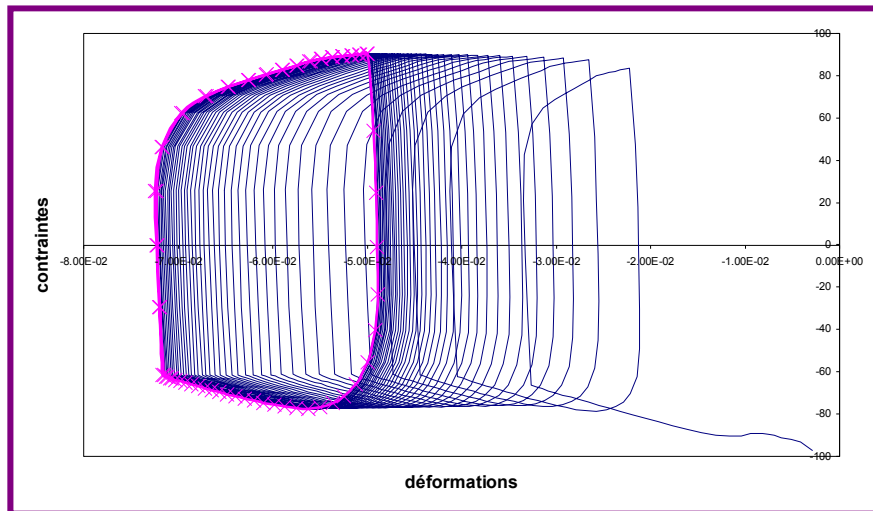
Essieu-axe



Turbojet



Collecteur d'échappement



Dans certains cas, seule la réponse stabilisée est intéressante pour les modèles de prévision de la durée de vie utilisés



Les équations du problème d'évolution quasi-statique en transformation infinitésimale sont :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}}(M, t) + \rho F(M, t) &= 0 & \text{sur } \Omega \\ \underline{\underline{\sigma}}(M, t) \cdot \underline{\underline{n}}(M) &= 0 & \text{sur } \Sigma_\sigma \\ \sigma_{ij}(M, t) n_j(M) &= T_i^d(M, t) & \text{sur } S_{T_i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_i(M, t) &= \xi_i^d(M, t) & \text{sur } S_{\xi_i} \\ \underline{\underline{\varepsilon}}(M, t) &= \frac{1}{2} (\underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{\xi}}(M, t) + {}^t \underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{\xi}}(M, t)) & \text{sur } \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} &= \underline{\underline{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p); & A &= -r \frac{\nabla w}{\nabla \alpha} \\ (\underline{\underline{\alpha}}, \underline{\underline{\alpha}}) \hat{=} j^*(s, A) & \text{ soit} & \underline{\underline{\alpha}} &= l \frac{\nabla f(\underline{\underline{s}}, A)}{\nabla \underline{\underline{s}}} & l f(\underline{\underline{s}}, A) &= 0 \\ & & & & \text{avec } f(\underline{\underline{s}}, A) &\neq 0 \\ & & \underline{\underline{\alpha}} &= l \frac{\nabla f(\underline{\underline{s}}, A)}{\nabla A} & l &\neq 0 \end{aligned}$$

On recherche des solutions périodiques :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}}(M, t) &= \underline{\underline{\sigma}}(M, t + T), \quad \underline{\underline{\varepsilon}}(M, t) = \underline{\underline{\varepsilon}}(M, t + T) \\ \underline{\underline{\varepsilon}}^p(M, t) &= \underline{\underline{\varepsilon}}^p(M, t + T), \quad \alpha(M, t) = \alpha(M, t + T) \end{aligned}$$

# Méthode cyclique directe

*But : Recherche directe de la solution stabilisée d'une structure anélastique soumise à un chargement thermoméca de période  $T$*

**Idées** : on travaille uniquement sur une période notée  $[0, T]$

- ✓ Grand Incrément de Temps : séparation des équations globales et locales.
- ✓ utilisation de la périodicité du chargement et de la réponse limite.
- ✓ recherche directe de la réponse limite.

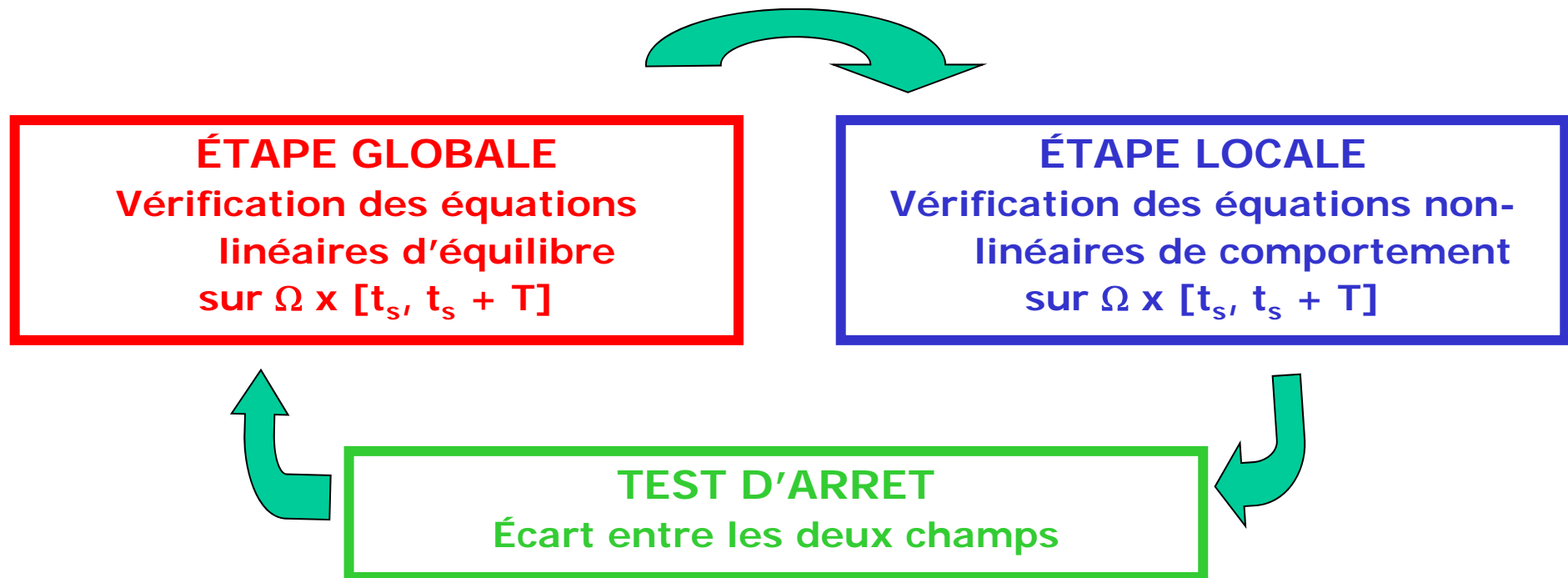
**Principe** : grand incrément de temps (la période) + périodicité

- ✓ construction **sur tout le cycle** des champs cinématiquement et statiquement admissibles.
- ✓ construction **sur tout le cycle** des champs plastiquement admissibles.
- ✓ imposition de la périodicité de la réponse locale

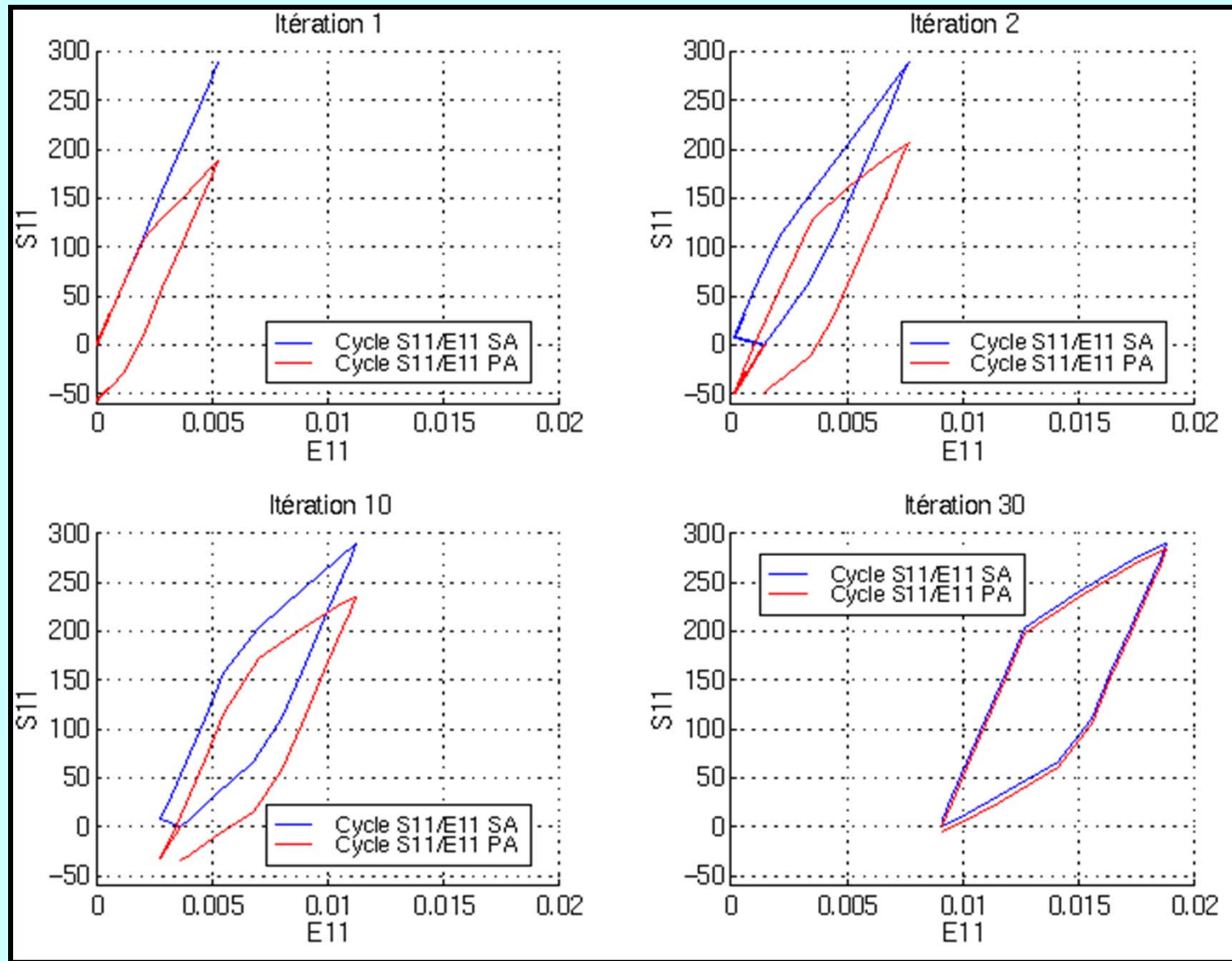
# Principe de la méthode cyclique directe

Recherche de solutions **périodiques** définies  
sur  $\Omega \times [t_s, t_s + T]$

par un processus itératif comprenant :



# Exemple de processus algorithmique



— Solution étape globale (SA)

— Solution étape locale (PA)

## Algorithme cyclique directe : étape globale

Thèse B. Pommier 2003, Maitournam et al, CRAS 2002

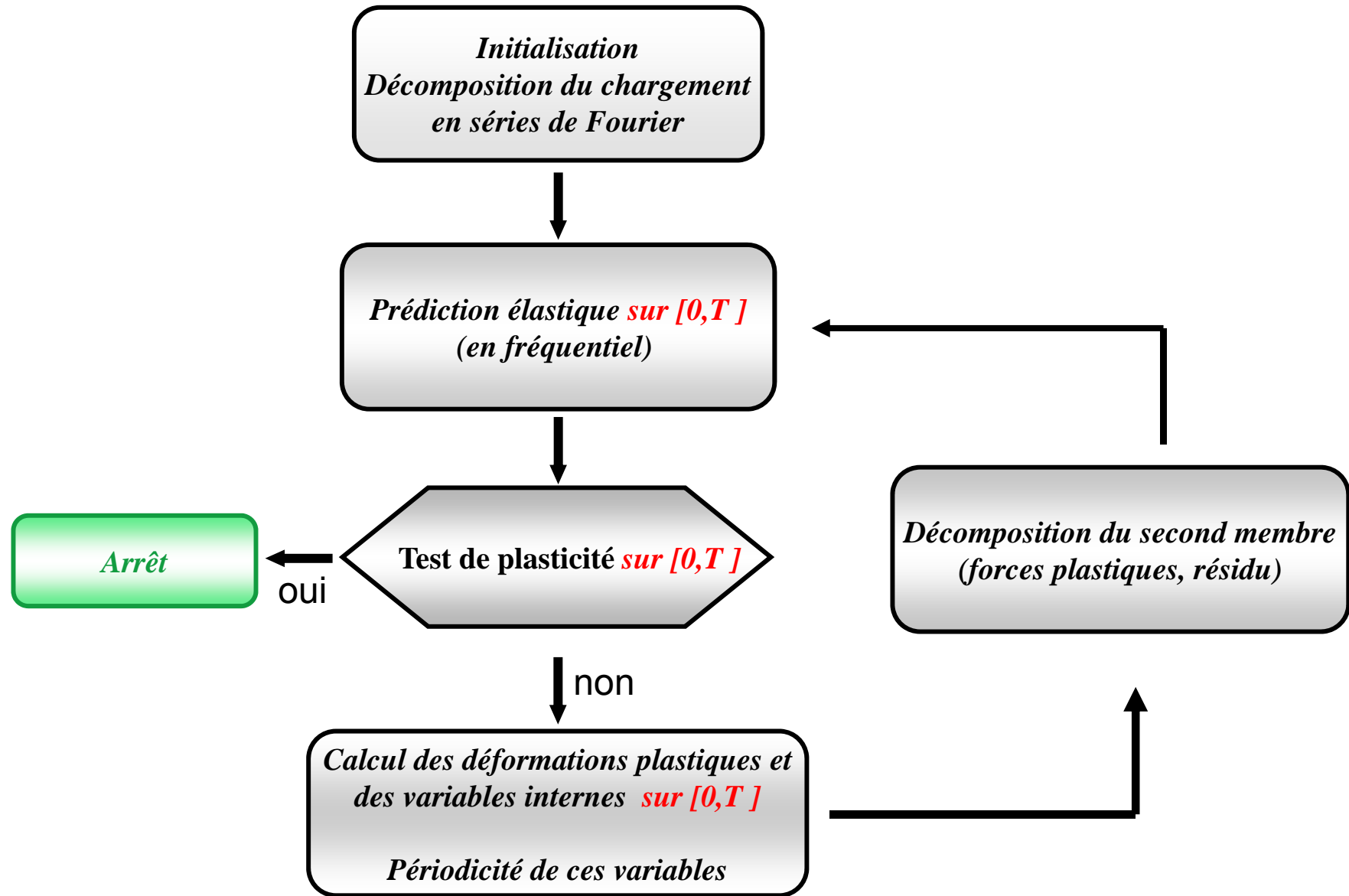
Dans le cas de gros modèles, l'étape globale demande de temps important avec  $N_t$  solutions d'équilibre. ( $N_t$  : nbre d'instant de discrétisation du cycle)

➔ Profiter de la périodicité avec une représentation temporelle appropriée des solutions pour réduire le coût de cette étape.

➔ Les séries de Fourier semblent les plus adaptées pour la représentation des déplacements périodiques.

$$u(x,t) = \underset{n}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}} u_n^c(x) \cos\left(\frac{2p}{T}nt\right) + \underset{n}{\overset{\circ}{\mathbf{a}}} u_n^s(x) \sin\left(\frac{2p}{T}nt\right)$$

T période du cycle





## Méthode cyclique directe : approche par résidus

- Résidu :  $R(t) = F_{ext} - F_{int}$  décomposé en séries de Fourier
- Recherche de la solution sur  $[0, T]$  par décomposition en séries de Fourier

les coefficients sont donnés par :

$$u_n^{(i+1)} - u_n^{(i)} = K^{-1} R_n^{(i)}$$

avec 
$$u(x, t) = \sum_n u_n^c(x) \cos\left(\frac{2\pi}{T} nt\right) + \sum_n u_n^s(x) \sin\left(\frac{2\pi}{T} nt\right)$$

- Reconstitution de champ  $u(t)$  sur  $[0, T]$
- Calcul de la solution P.A. par projection radiale :

$$\sigma^{pa}(x, t), \quad \varepsilon^p(x, t)$$

$$F_{int}(t) = \int_V {}^t B \sigma^{PA}(x, t) dv$$

Recherche des champs plastiquement admissibles de manière classique :

- ✓ Projection orthogonale
- ✓ Modèles élastoviscoplastiques standards  
(écrouissage cinématique linéaire et non linéaire  
viscosité non linéaire, ...)

## La méthode cyclique directe

- comparaison avec la méthode incrémentale
- validation de l'algorithme dans des cas complexes
- déjà implémentée dans Abaqus/Standard V6.4 dans CAST3M, ...**
- couplage avec les algorithmes de contact
- application directe à des problèmes industriels de fretting

## *Autre façon de faire : utiliser les ondelettes*

Comte et al, CRAS 2006 ; thèse de François Comte 2006

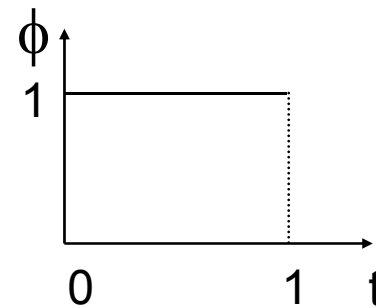
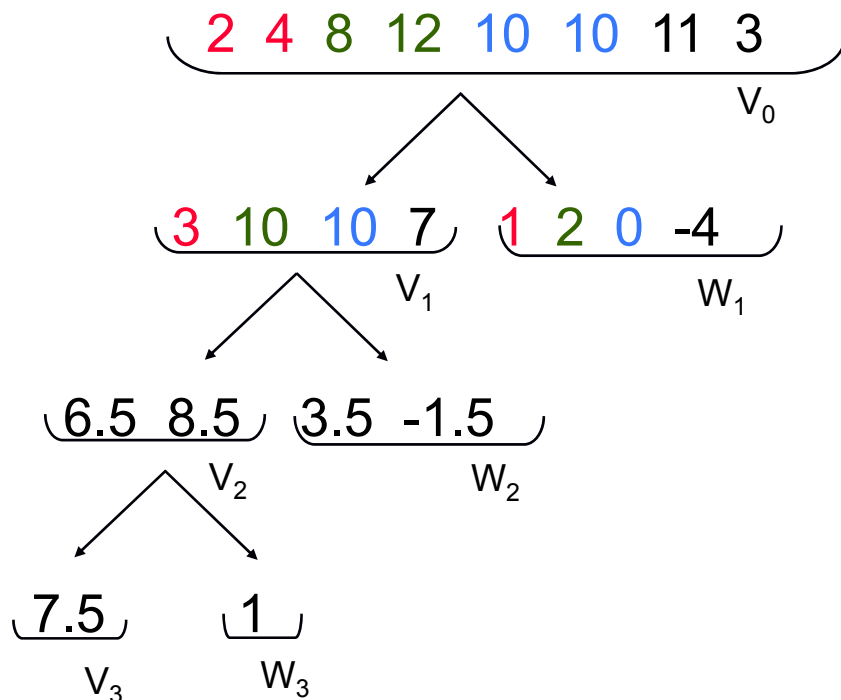
- Un seul cycle de chargement  $[0, T]$  est considéré (cycle limite)
- Construction de suites d'histoire de réponses périodiques convergeant vers la solution :
  - réponses statiquement admissibles périodiques
  - réponses vérifiant les équations de comportement
- **Résolution de l'équilibre en utilisant**
  - une base d'ondelettes réduite (convergence des coefficients liée à la régularité locale du signal représenté et non pas à la régularité globale comme avec les séries de Fourier)
  - une approche résiduelle  $K \delta U = R^{eq}$   
afin de réduire le coût de résolution de l'étape globale
- Recherche directe d'une solution périodique

# Les ondelettes (Thèse F. Comte)

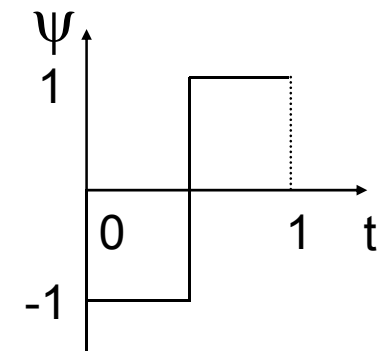
## Décomposition / recomposition d'un signal

$$s_j(t) = \sum_{i=j_0}^{j-1} \sum_k d_k^i \psi_{ik}(t) + \sum_k a_k^{j_0} \phi_{j_0 k}(t) \text{ avec } \begin{cases} a_k^i(f) = 2^{-\frac{j-i}{2}} \int \phi(2^{-i}t - k) \cdot f(t) dt \\ d_k^i(f) = 2^{-\frac{j-i}{2}} \int \psi(2^{-i}t - k) \cdot f(t) dt \end{cases}$$

exemple : utilisation de la base de Haar



$$\phi_{j,k} = 2^{-\frac{j}{2}} \phi(2^{-j}t - k)$$



$\Psi$  est de moyenne nulle

$$\psi_{j,k} = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}t - k)$$

# Ondelettes

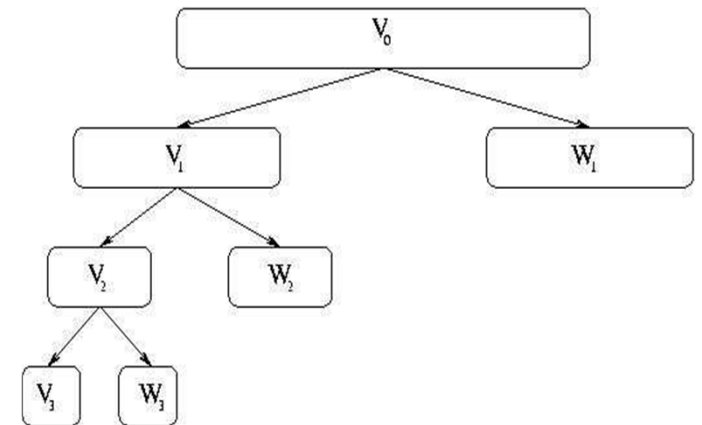
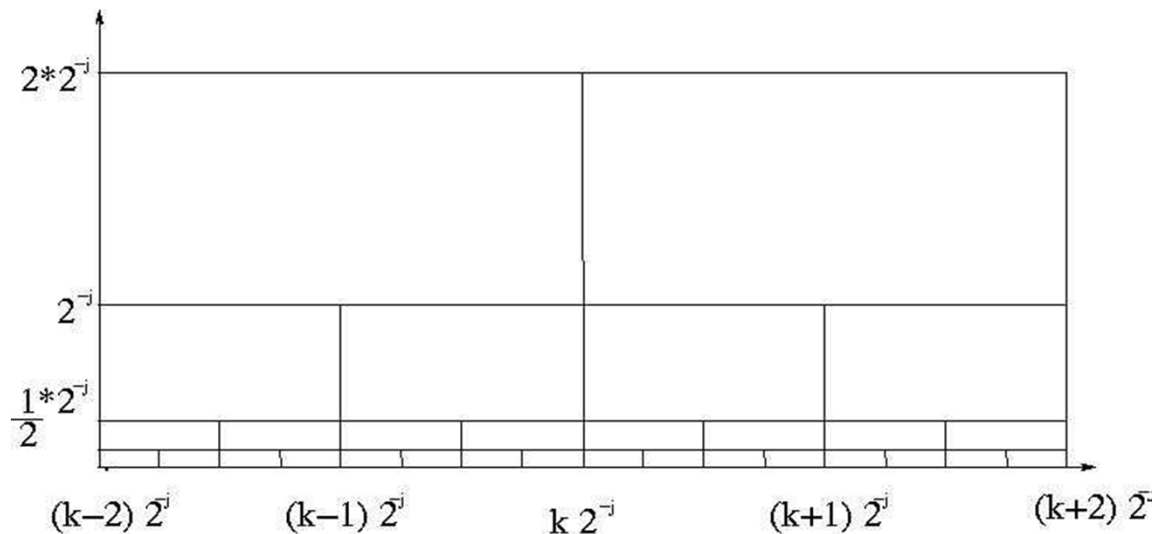
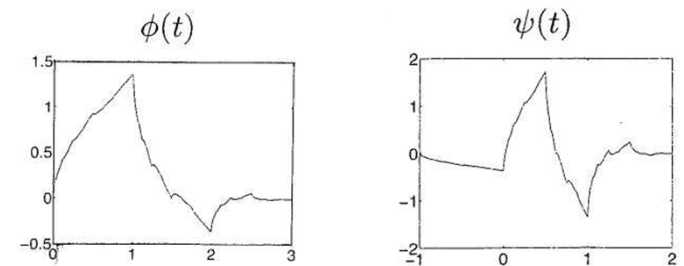
## Principes de la décomposition d'un signal

- **Décomposition du signal à chaque échelle sur 2 espaces :**

un espace d'approximations, fonctions  $\phi_{a,b}$   
un espace de détails, fonctions  $\psi_{a,b}$

- **Analyse multi-résolution :**

échelles les plus fines  $\longleftrightarrow$  détails de  $s$   
échelles plus grossières  $\longleftrightarrow$  globalité de  $s$

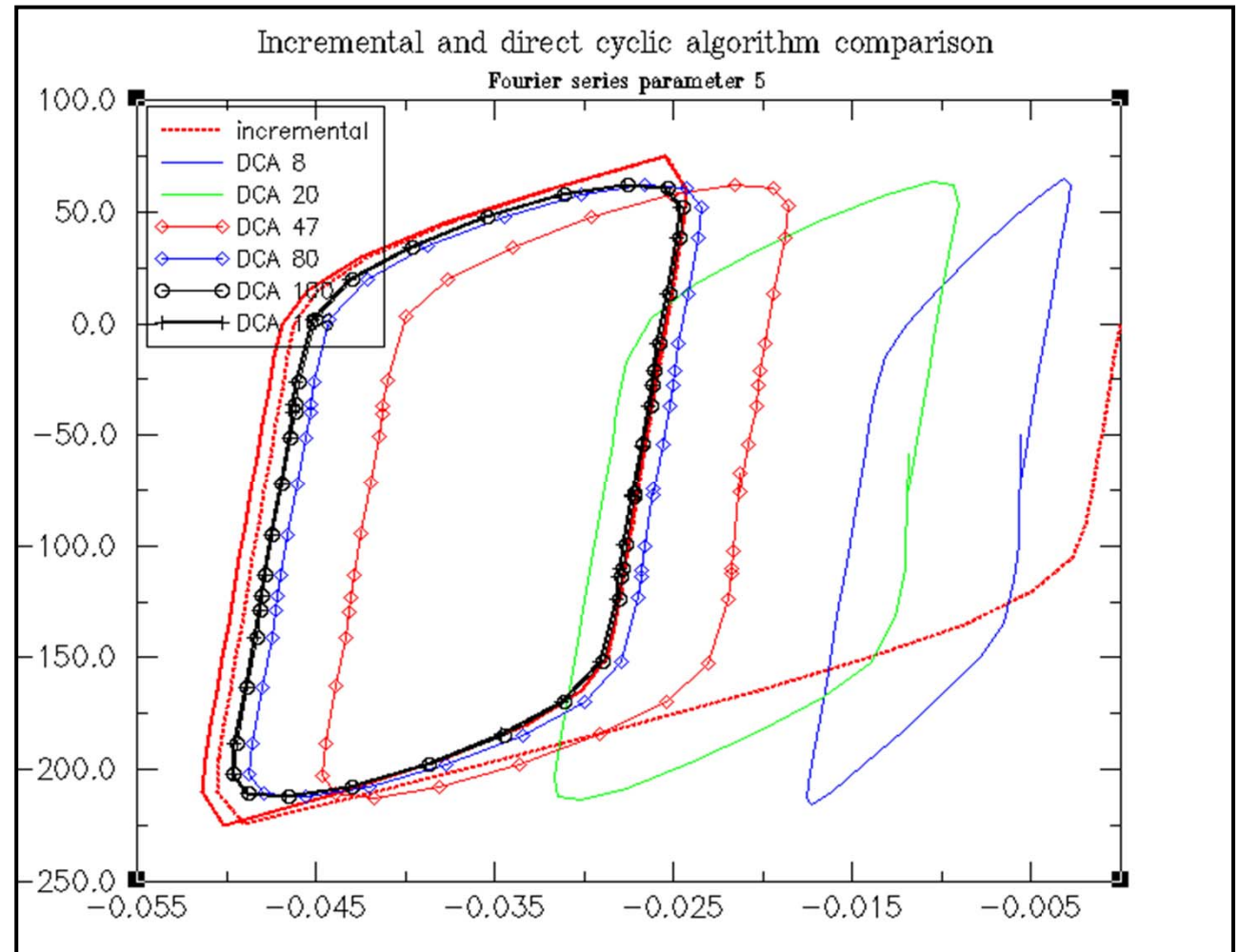


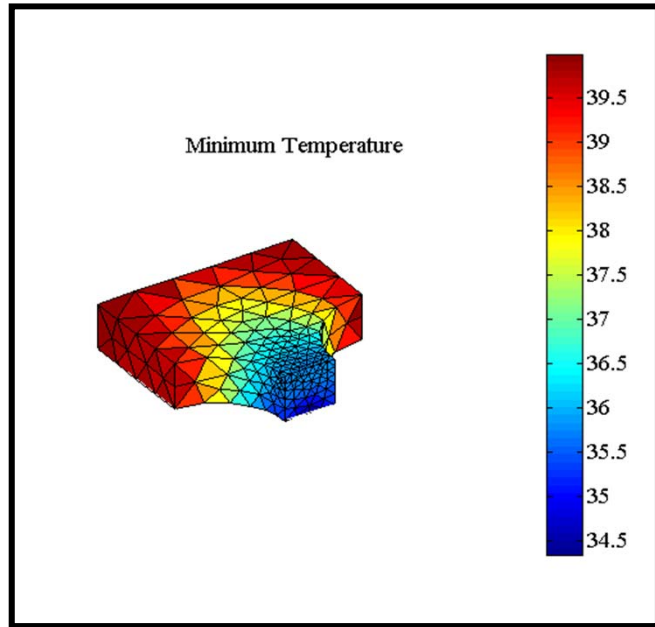


# Illustration (1)

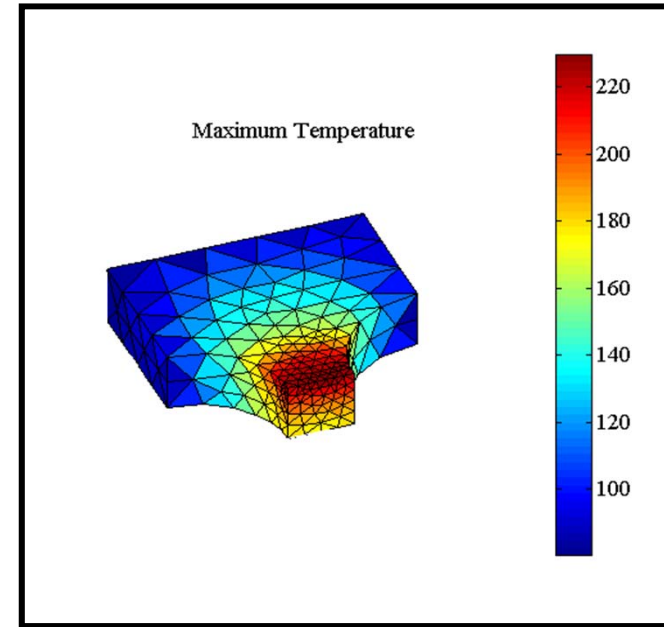
Comparaison entre les méthodes incrémentale et cyclique directe

Cube en traction-compression  
Séries de Fourier avec 5  
harmoniques

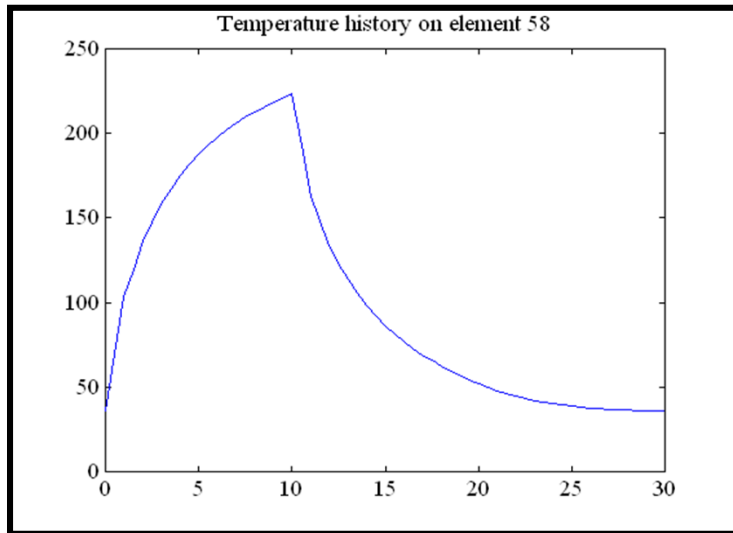




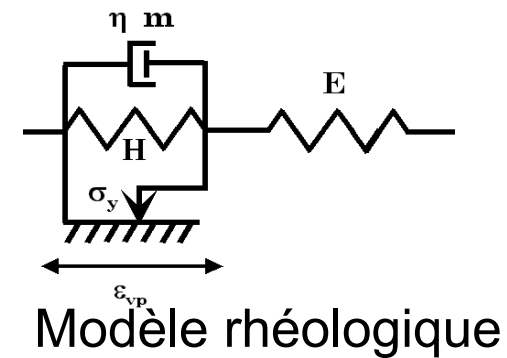
Champ des températures min.

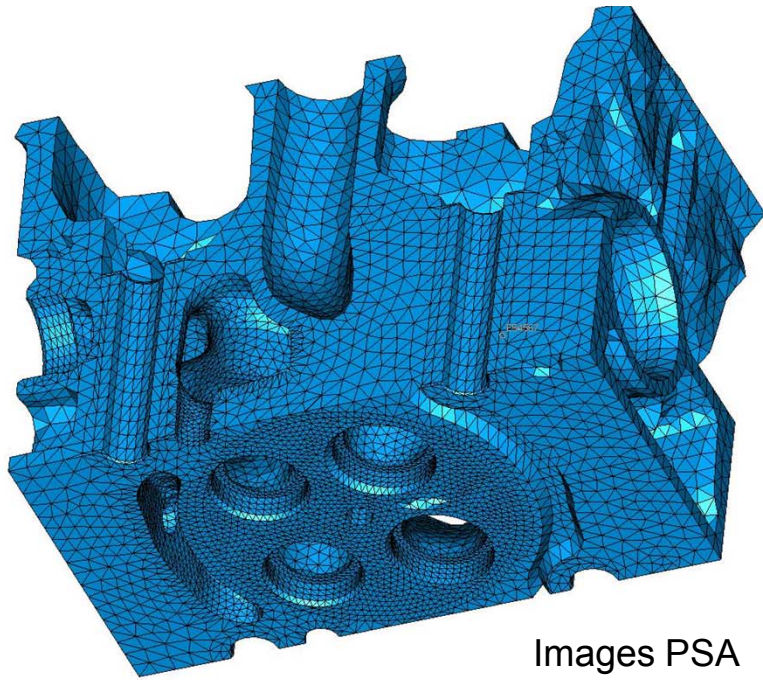


Champ des températures max.



Évolution de la température au cours du cycle



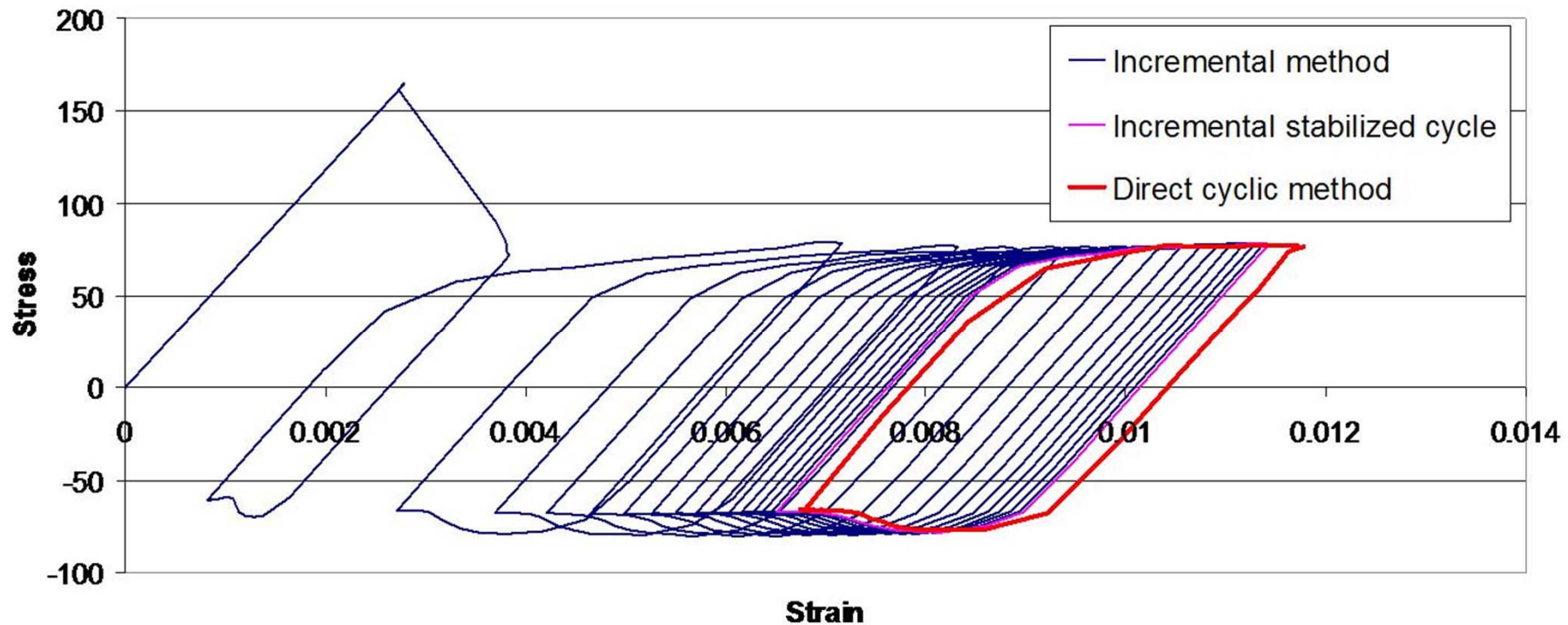


Images PSA

### Exemple de calcul d'une culasse :

Le chargement cyclique est un "choc thermique" répété : montée à plein régime et maintien pendant une centaine de secondes, puis arrêt du moteur avec refroidissement forcé.

Les courbes sont post-traités au niveau du pontet intersouspapes dans la direction 11

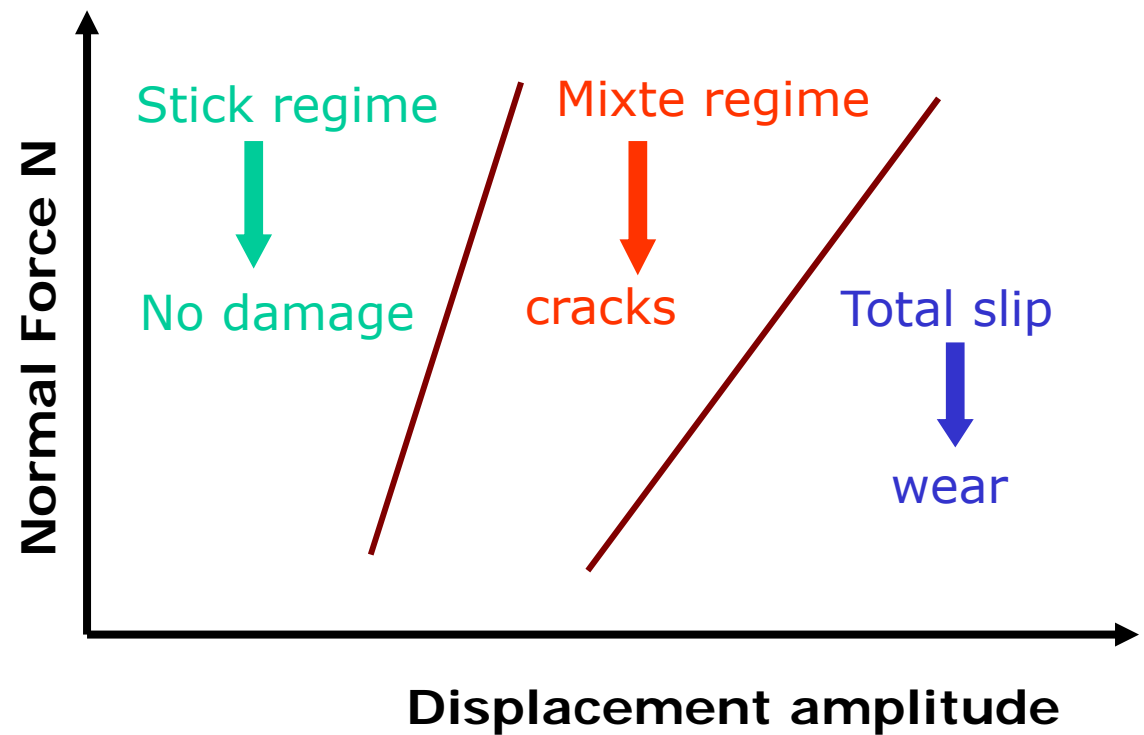
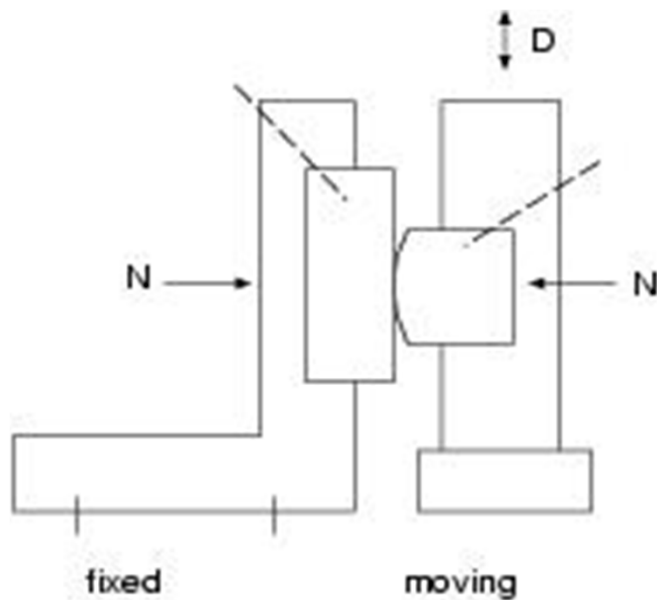


# Illustration (2) : fretting

(N. Maouche, DVK, HM)



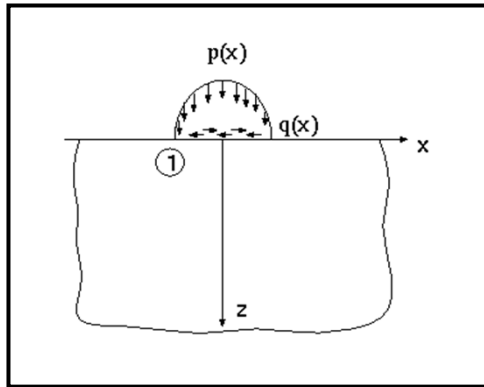
Source : Wackers et al., MTU



# Modélisation en trois étapes

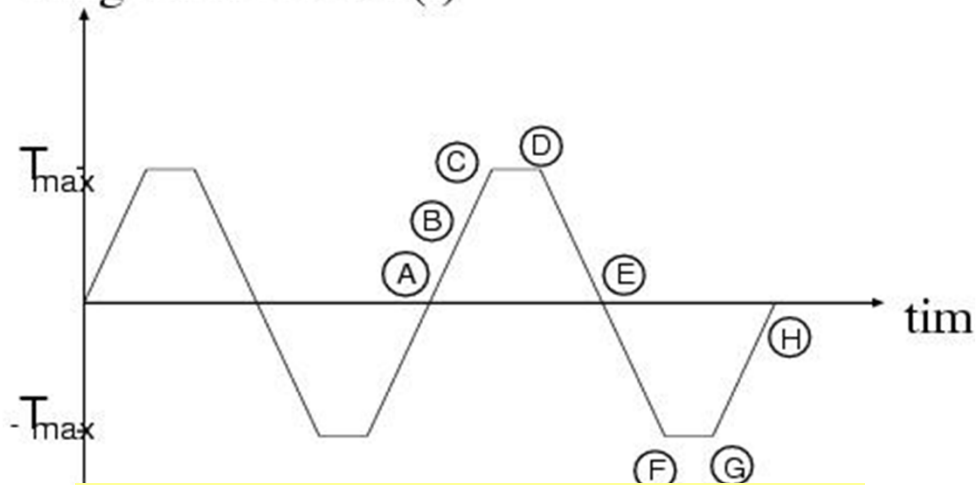
1. Détermination de la distribution des contraintes de contact (analytiquement, Nowell-Hills)
2. Détermination de l'état stabilisé : méthode cyclique directe
3. Application d'un critère de fatigue : Dang Van dans le cas adapté

# Contraintes de contact

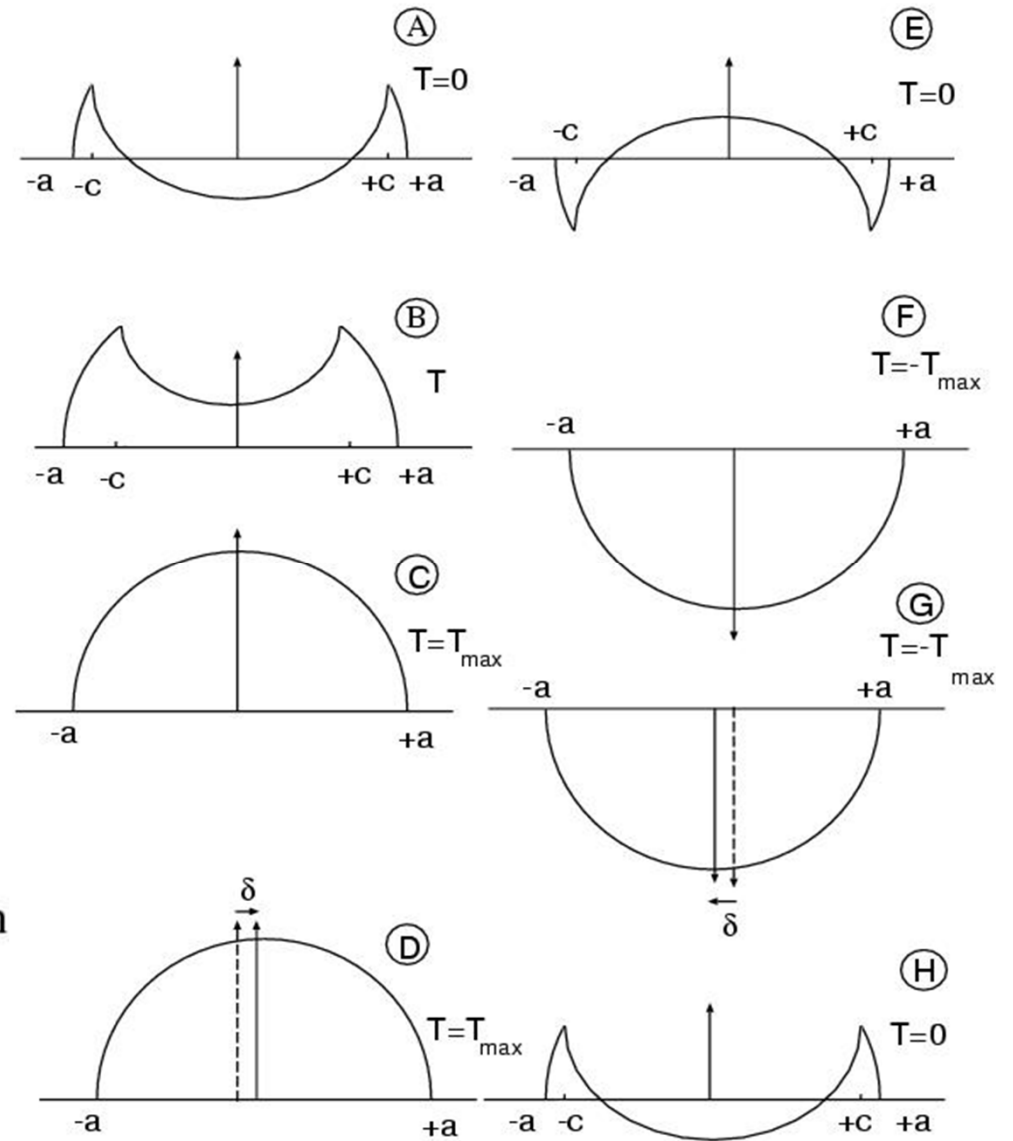


Modèle de calcul

## Tangential force $T(t)$



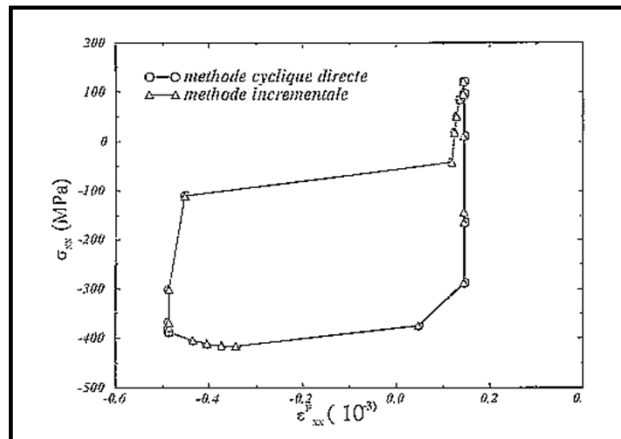
**Cas de glissement total**



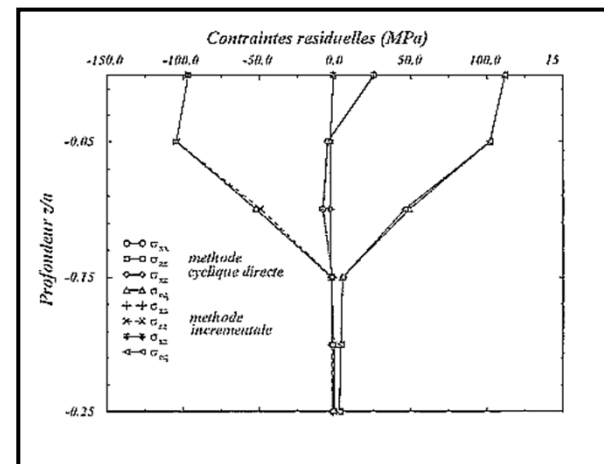


# État stabilisé

## Cas de l'accommodation



Comparaison des déformations plastiques



Comparaison des contraintes résiduelles en profondeur

✓ Cycle stabilisé obtenu après 74 cycles

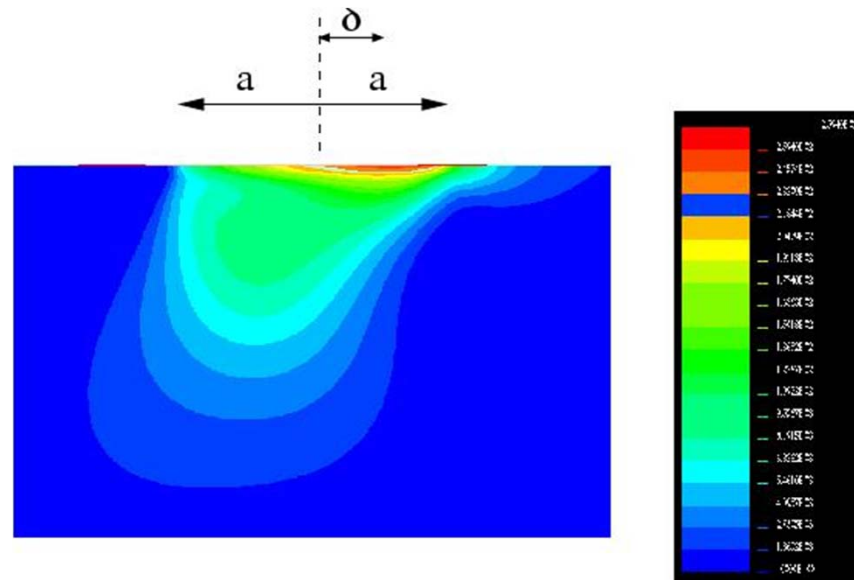
✓ Temps de calcul :

méthode incrémentale : 30h CPU

méthode cyclique directe : 3h

## État stabilisé + fatigue

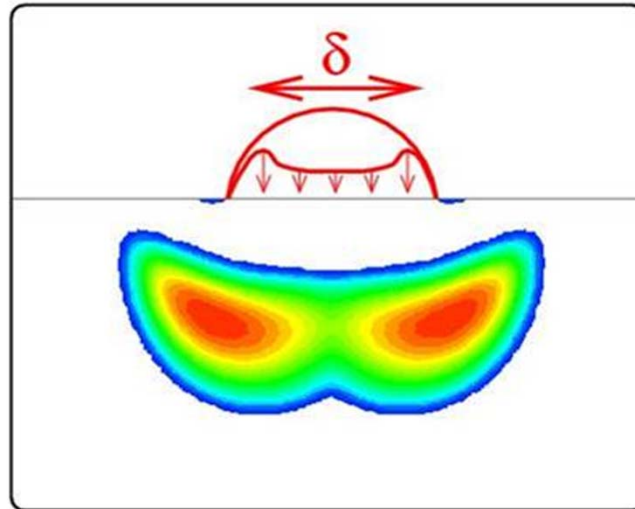
Déformation plastique équivalente :



Cas de l'accommodation

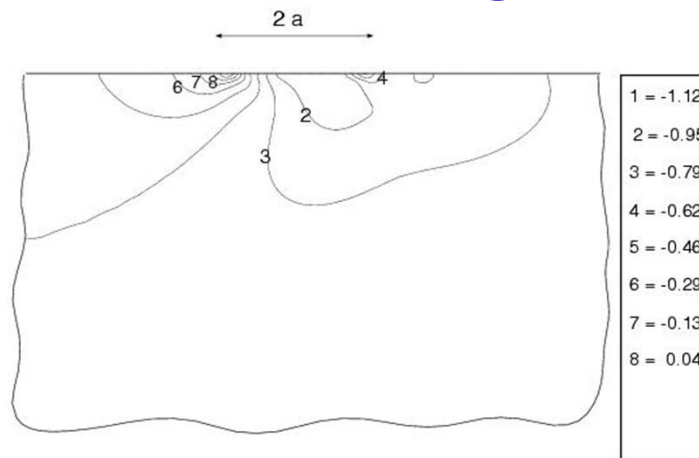
## État stabilisé + fatigue

Déformations plastiques équivalentes :



Cas d'adaptation

Isovaleurs du critère de fatigue



# Plan

- **Présentation générale**

contexte, difficultés, démarche globale  
structures sous chargements cycliques

- **Méthode cyclique directe**

Principe

Résolution par les séries de Fourier

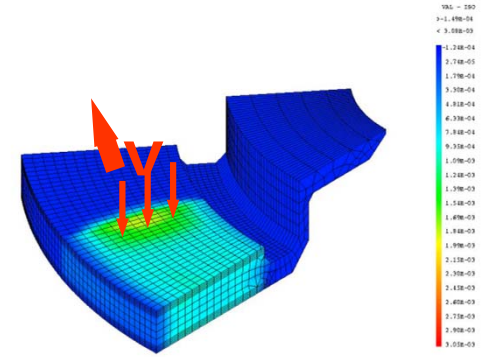
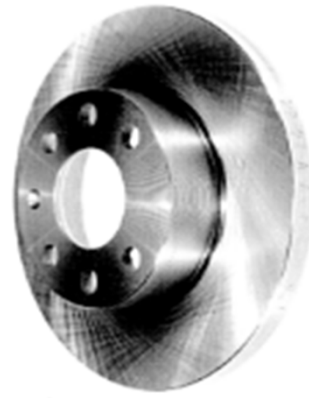
Résolution par les ondelettes

- **Méthodes eulériennes**

méthodes stationnaires

méthode transitoire dans le repère du chargement

- **Lien avec la fatigue**



deformations plastiques equivalentes au passage 1



## Défauts sur un frein

Faïençage :



*Fatigue thermique*

Usure sévère :



*Frottement*

Rupture du bol:



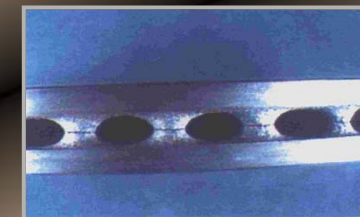
*Mise en cône du disque*

Fissure radiale:



*Fatigue thermomecanique*

Rupture :



*Fatigue thermomecanique*

Source : M-L Nguyen

# Principe des algorithmes

## DONNEES

- Chargement mobile
- Vitesse de chargement
- Petites transformations

## SIMULATION

- **Repère du chargement**  
*Maillage raffiné uniquement dans les zones à forts gradients (en général, sous le chargement)*  
*Mise en données simplifiée*
- **Coordonnées eulériennes**  
*Maillage fixe*
- **La configuration de référence suit le mouvement rigide de la structure**  
*Petites distorsions des mailles*  
*Pas de réactualisation de géométrie*

## Algorithmes eulériens pour structures pleines

### • Algorithme Stationnaire Passage par Passage

Donne la réponse de la structure **après chaque passage** du chargement thermomécanique qui se déplace avec une vitesse constante

### • Algorithme Stationnaire Direct

Donne directement l'**état stabilisé** de la structure soumise à des **passages répétés** de chargement mobile

### • Algorithme TRC (Transitoire dans le Repère du Chargement)

Donne la **réponse transitoire** d'une structure soumise à un **chargement thermomécanique mobile d'amplitude et de vitesse variables**

#### Hypothèses

*Petites transformations*

+

- *Régime permanent dans le repère du chargement*

- *vitesse constante pendant chaque passage*

+

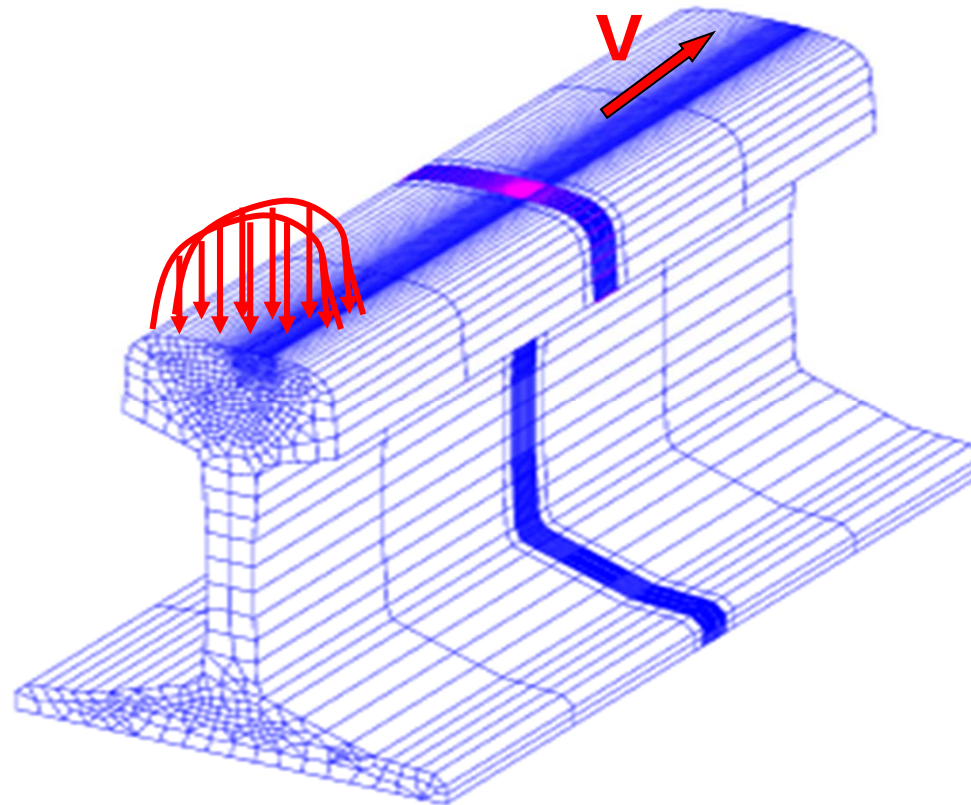
- *Mêmes cycles de chargement*

- *Stabilisation (adaptation ou accommodation)*



# CHARGEMENTS MOBILES ET RÉPÉTÉS

## 1. Translations incrémentales du chargement



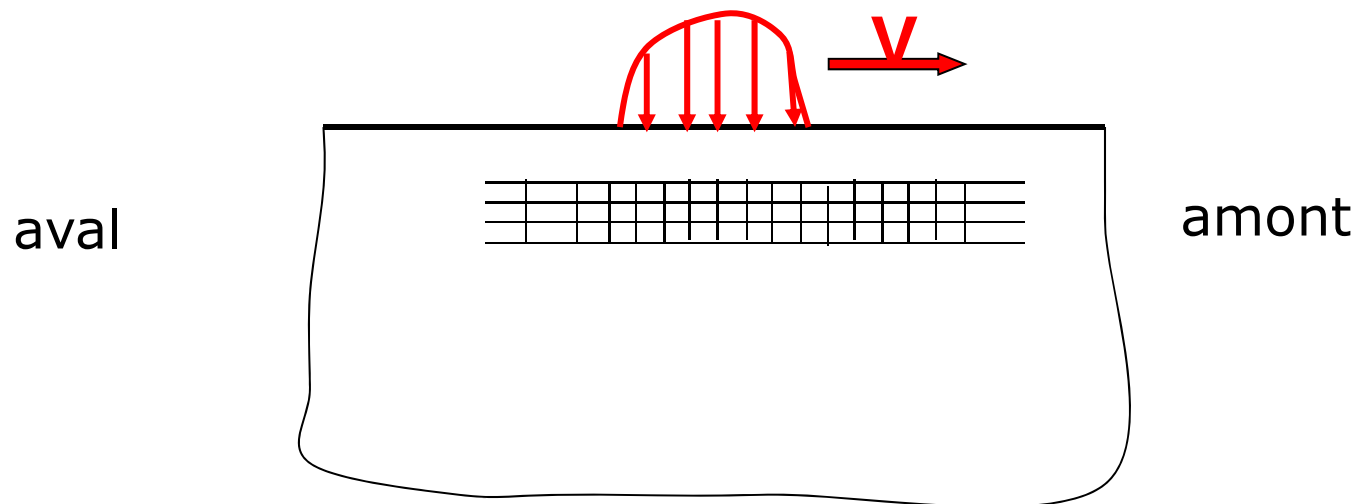
**IMPOSSIBLE DE REALISER DE MILLIERS  
DE PASSAGES TEMPS CPU EXCESSIF**

# Principe des calculs avec chargement mobile

## 1. Utilisation du repère mobile du chargement

$$\dot{\mathbf{B}}(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}(\mathbf{x}, t) - \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{V}(\mathbf{x}, t)$$

## 2. Intégration le long des lignes de courant qui sont connues en transformation infinitésimale



# Principe des méthodes stationnaires

## I. Stationnarité dans le repère mobile du chargement

$$\dot{\mathbf{B}}(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}(\mathbf{x}, t) - \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{V}(\mathbf{x}, t)$$

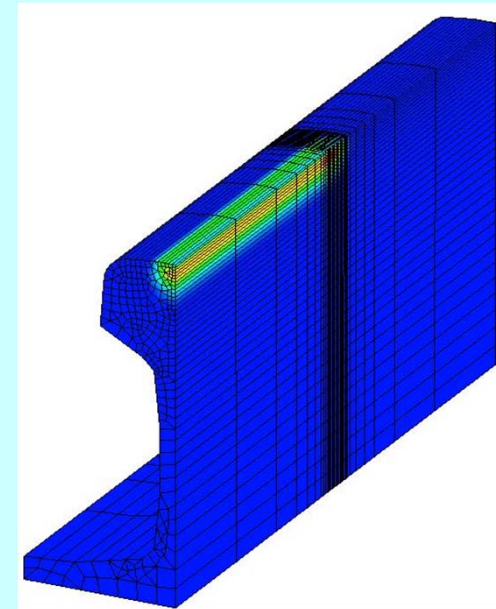
+  $\mathbf{V}$  constante

### Conséquences

1. équation d'équilibre
2. loi de comportement non locale
3. Conditions "initiales"



Calcul global d'un passage



## Algorithme stationnaire pour 1 passage

(0). Initialisation au début d'une passe  $\mathbf{t}_0 : \{ \sigma_0, \varepsilon_0, \varepsilon_0^p \} \quad \{ \Delta \sigma_0, \Delta \varepsilon_0, \Delta \varepsilon_0^p \} = \{ 0, 0, 0 \}$

(1). A  $\mathbf{t}_j : \{ \Delta \sigma_j, \Delta \varepsilon_j, \Delta \varepsilon_j^p \}$

(2). Equilibre global : détermination de  $\Delta \varepsilon_{j+1} = \Delta \varepsilon_j + \mathbf{c}_{j+1}$

(3). Test de plasticité  $\xi_{j+1}^* = \mathbf{s}_0 - \mathbf{c} \varepsilon_0^p + 2\mu \Delta \mathbf{e}_{j+1} - (2\mu + c) \Delta \varepsilon_j^p (\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x})$

Si  $\left\| \xi_{j+1}^* \right\| < k$  Incrément élastique :

$$\varepsilon_{j+1}^p = \varepsilon_0^p + \Delta \varepsilon_{j+1}^p (\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x})$$

Sinon Incrément plastique :

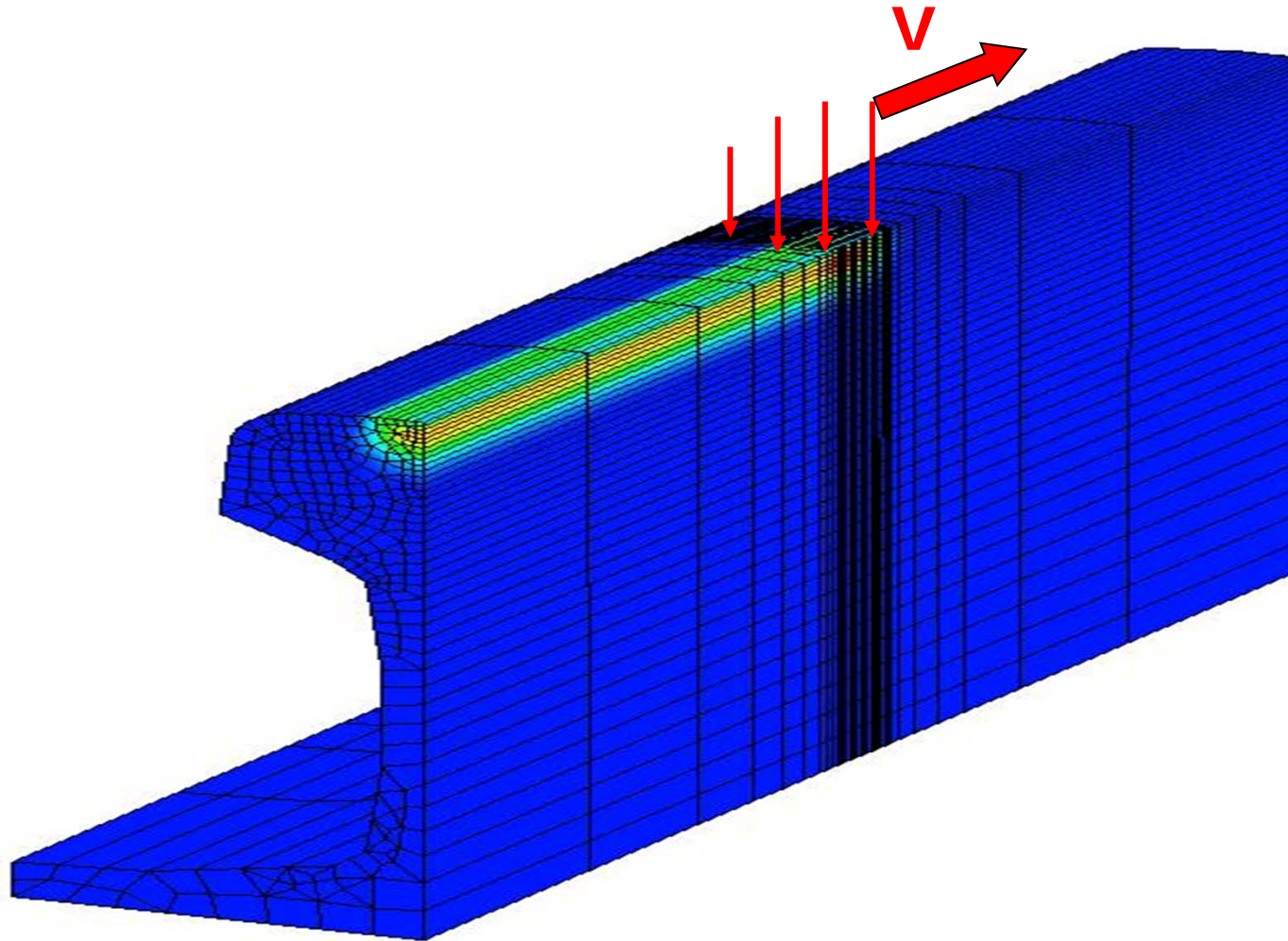
$$\varepsilon_{j+1}^p = \varepsilon_0^p + \Delta \varepsilon_{j+1}^p (\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}) + \frac{1}{2\mu + c} \left( 1 - \frac{k}{\left\| \xi_{j+1}^* \right\|} \right) \xi_{j+1}^*$$

$$\Delta \sigma_{j+1} = \mathbf{L} : \left[ (\Delta \varepsilon_{j+1} - \Delta \varepsilon_{j+1}^p) \right]$$

(4). Test de convergence Si convergence : Aller à (0)  
Sinon : Aller à (1)

# *méthode stationnaire ppp (NQS, DVK, HM)*

 *Méthode stationnaire passage par passage*



# *Méthode stationnaire directe*

I. Stationnarité dans le repère mobile du chargement

+

II. Périodicité de la réponse limite

=

Obtention direct de l'état asymptotique  
(adaptation, accommodation ou rochet)

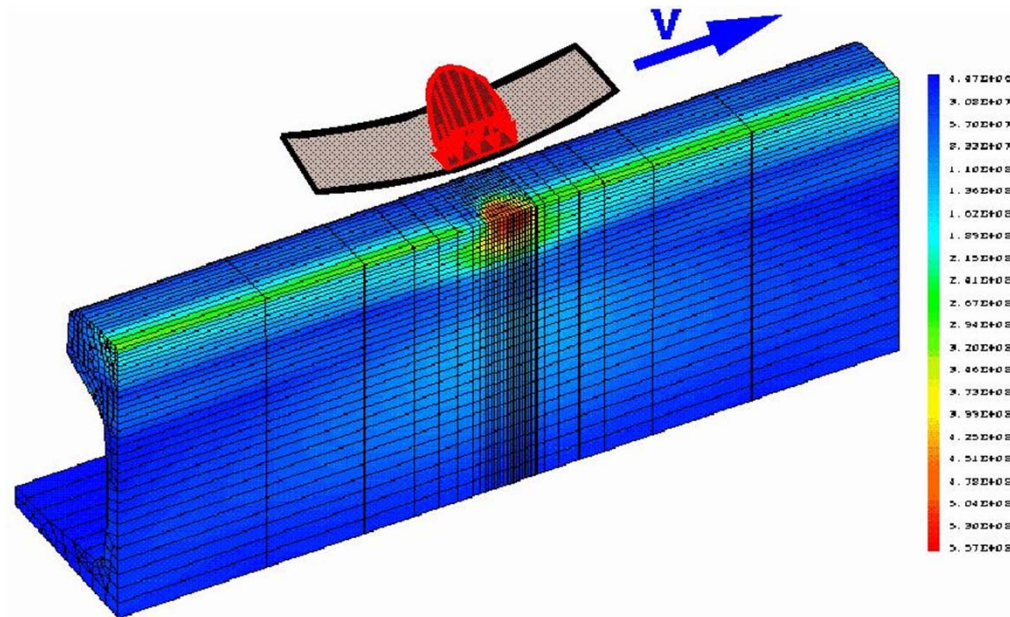
# méthode stationnaire directe

## II. Périodicité de la réponse limite

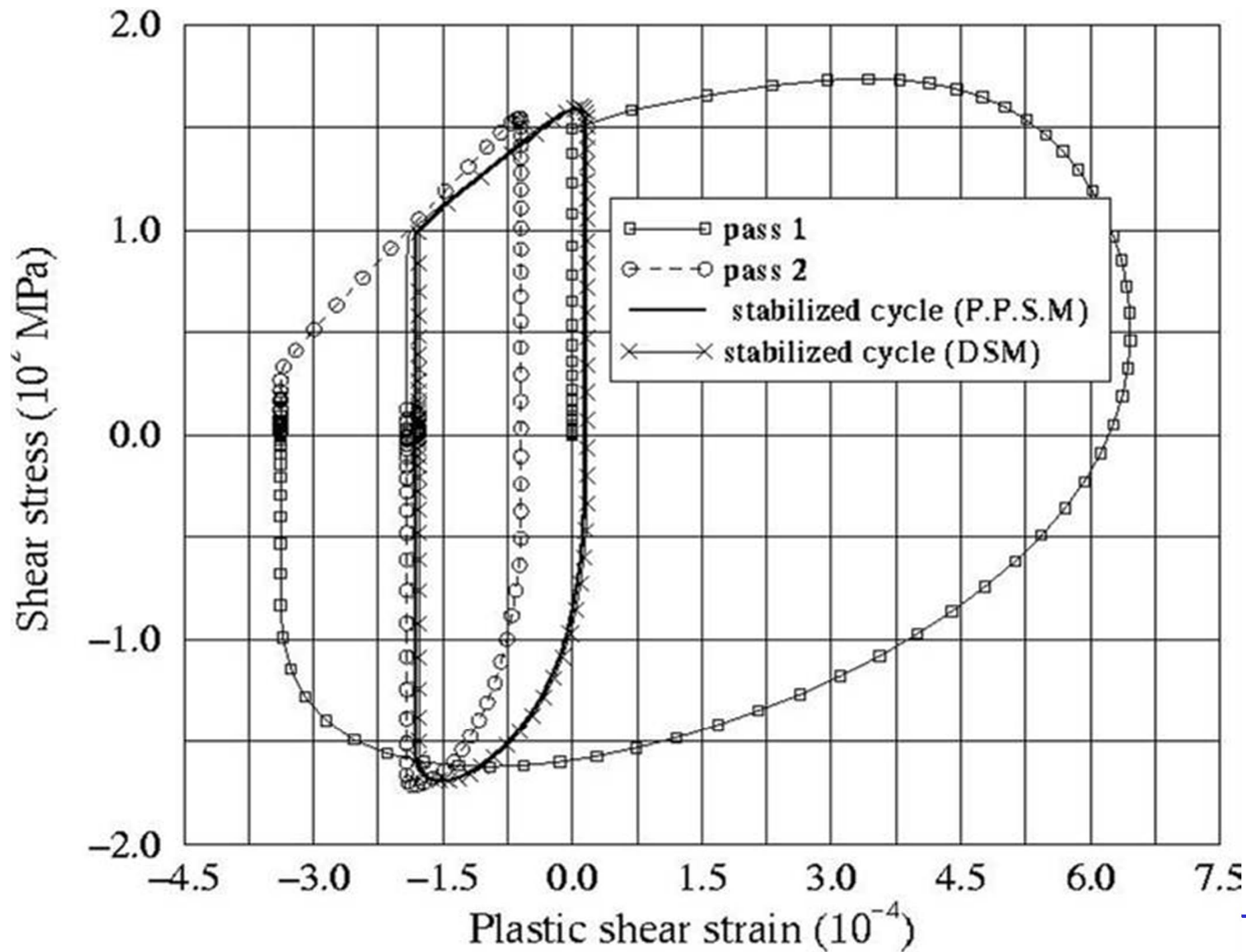
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \int_x^{-x} \underline{\underline{\varepsilon}}^P, x(x) dx = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \int_{-x}^x \underline{\underline{\alpha}}_{k, x}(x) dx = 0$$

➔ Calcul direct de l'état limite

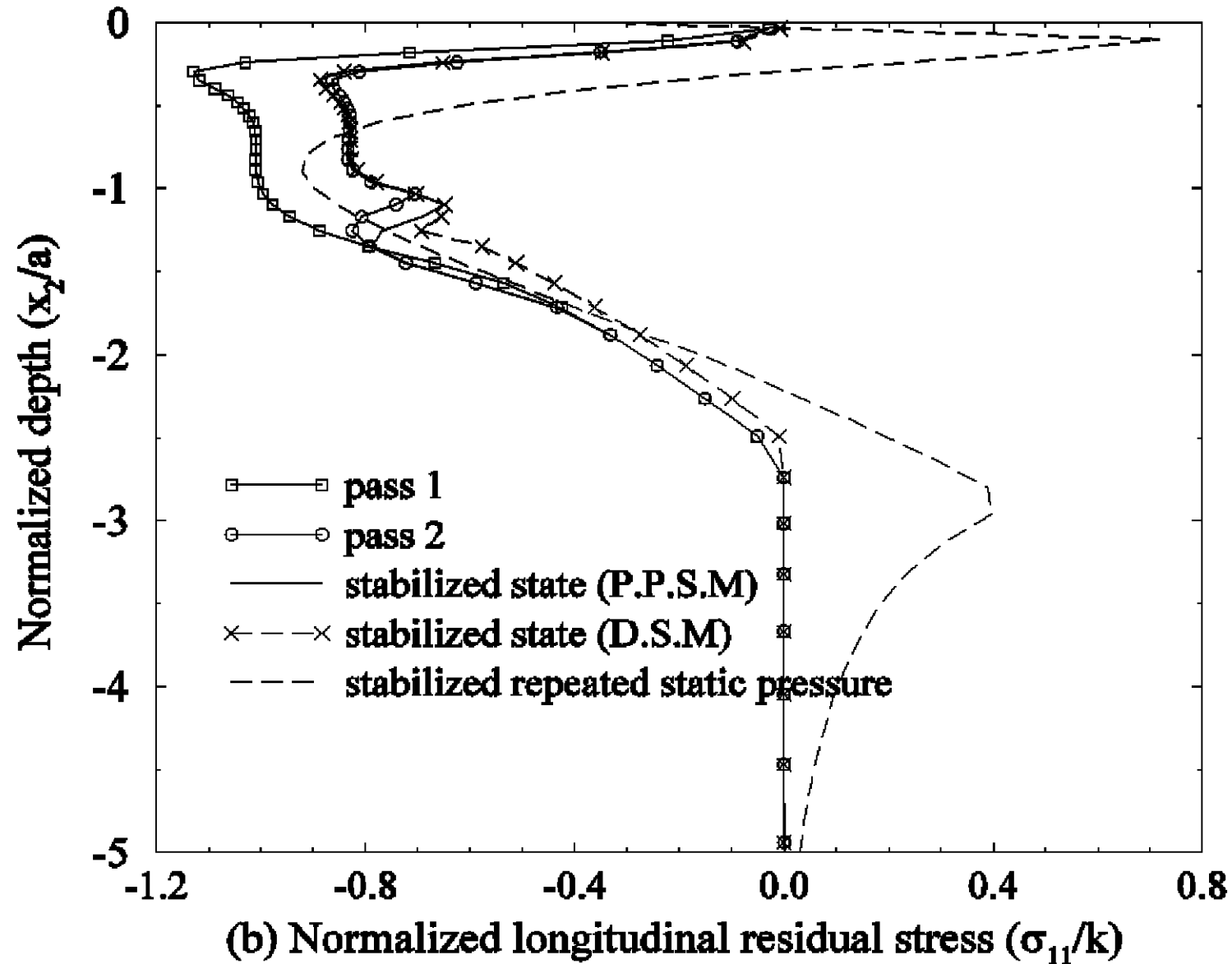








## Contraintes résiduelles après des passages successives



## *Cas des Structures Périodiques*

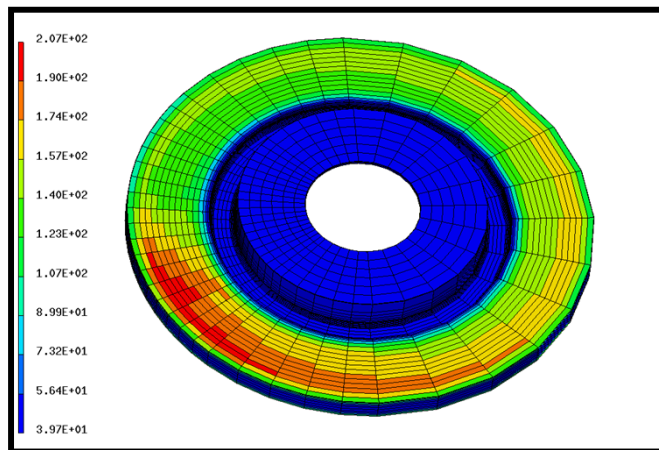
- Pour les structures périodiques, la méthode précédente ne marche pas!
- Nécessité de l'adapter



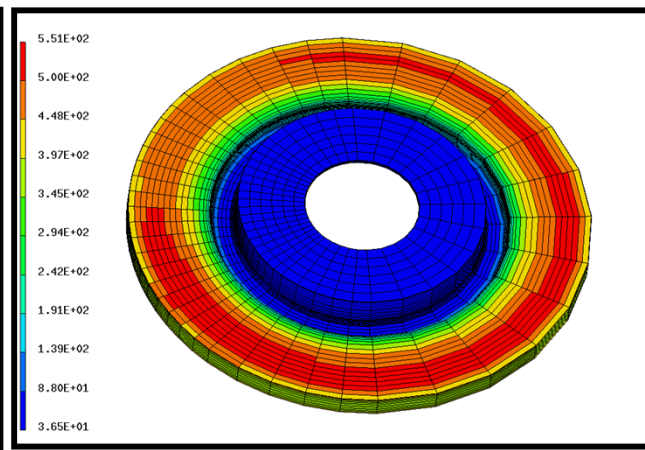
# Transitoire dans le repère du chargement

(MLNT, JJT, HM)

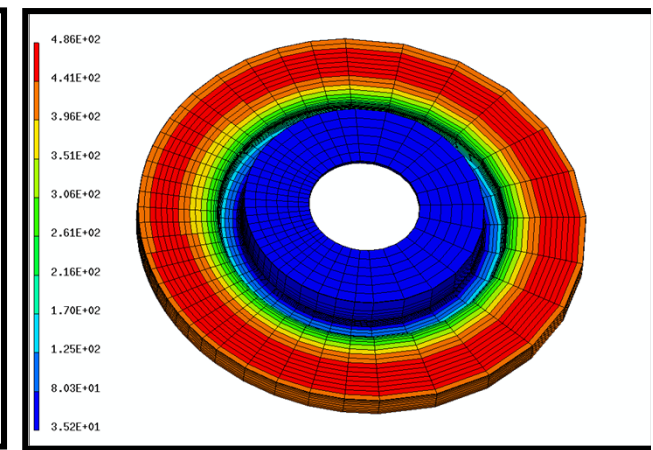
**Application : freinage** (Thèse Mac-Lan Nguyen MLNT)



Début de freinage

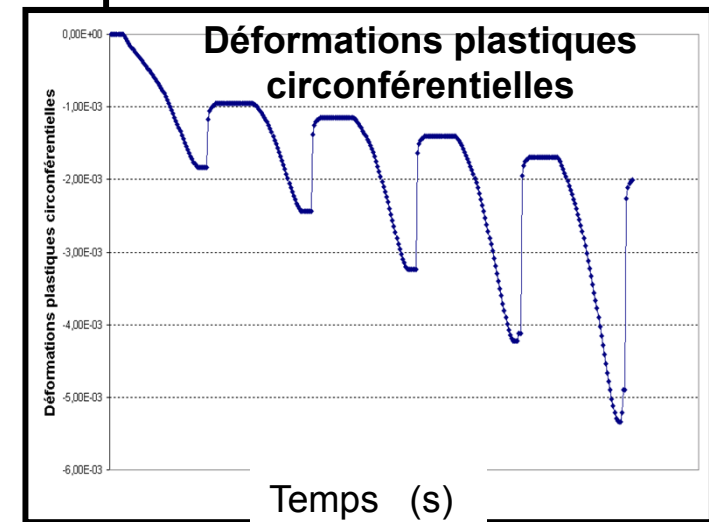
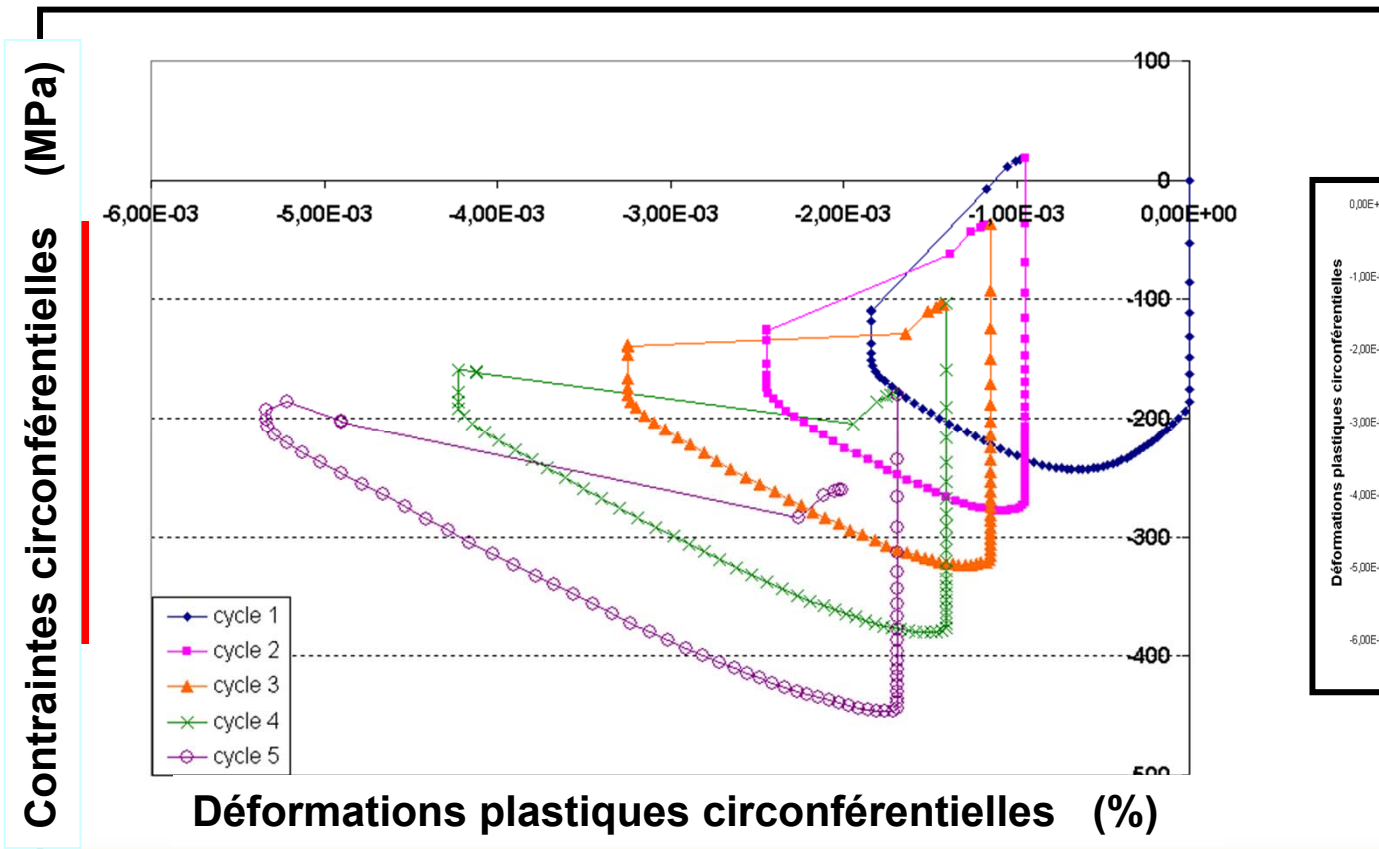


Température maximale

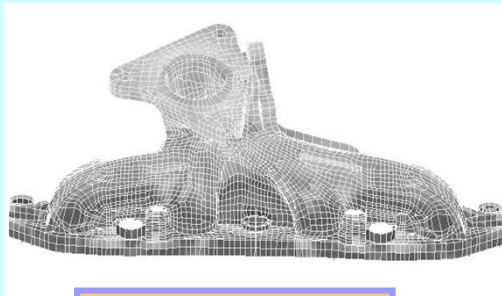


Fin de freinage

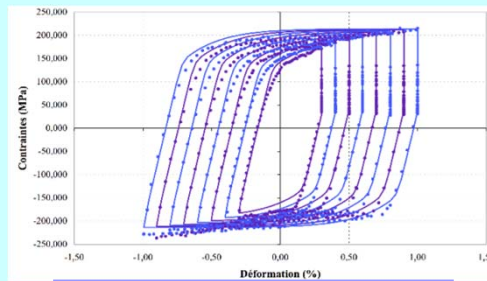
## Freinage (suite)



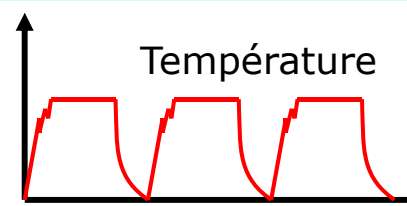
# DÉMARCHE GLOBALE



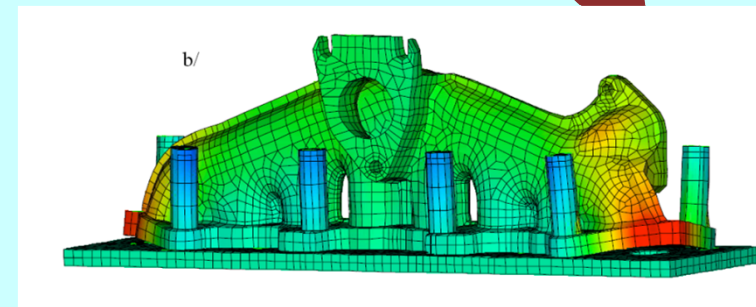
structure



matériau



chargement

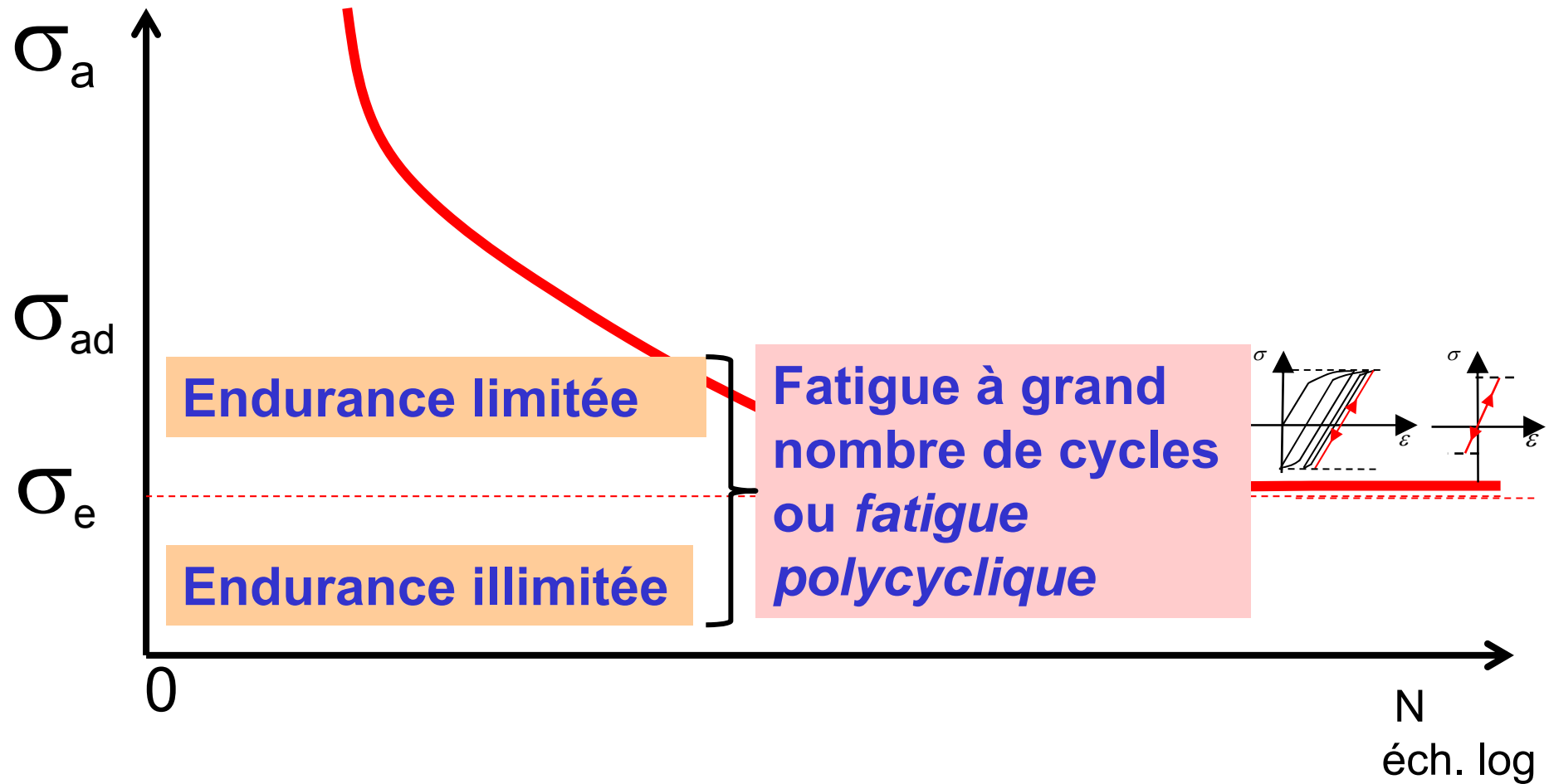


**Prévision de la durée de vie**

*modèle utilisant les caractéristiques du cycle stabilisé*

**calcul cyclique**  
*recherche de l'état asymptotique*

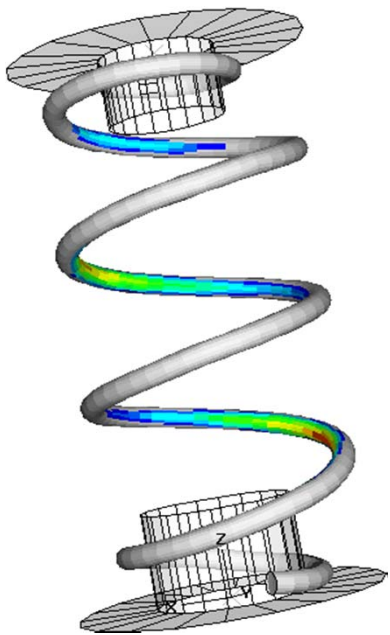
# Types de fatigue : basés sur l'état limite



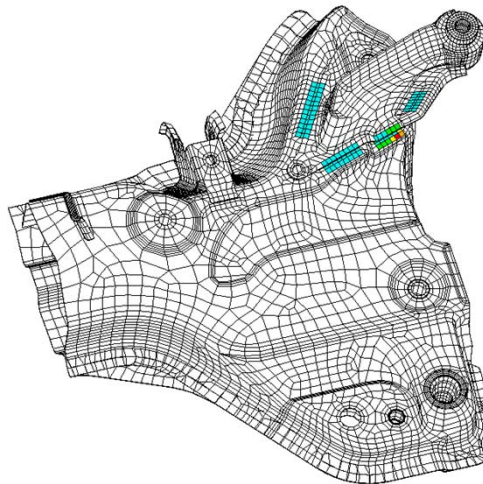
# Où a-t-on besoin de calculs non-linéaires?

## En endurance :

- pour connaître les contraintes résiduelles induites par les procédés soudage, galetage, grenailage, ...
- évaluer la relaxation de ces contraintes
- évaluer les contraintes résiduelles induites par les premiers cycles

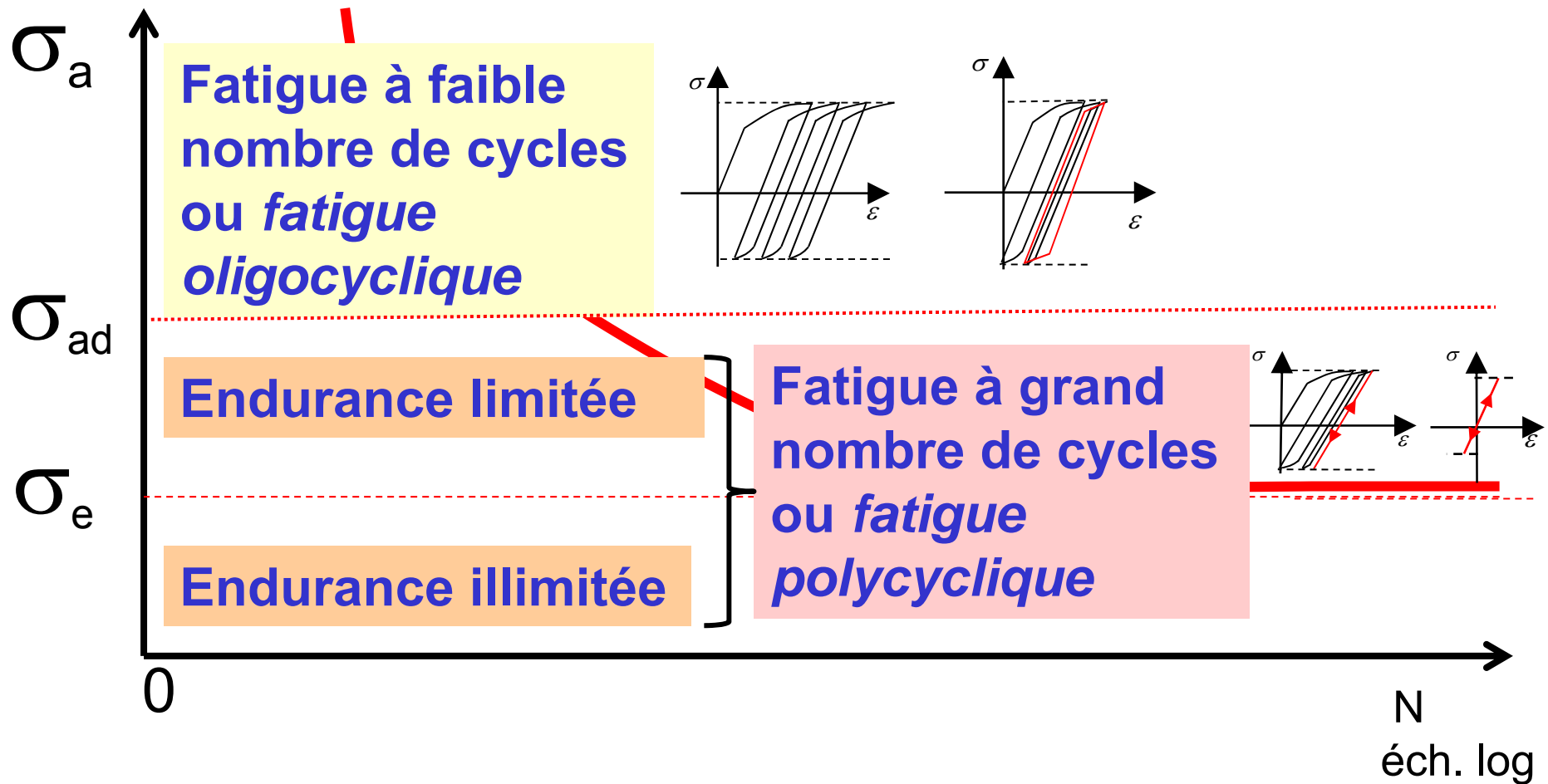


Source : Allevard-Rejna



Rail de chemin de fer

# Types de fatigue : basés sur l'état limite

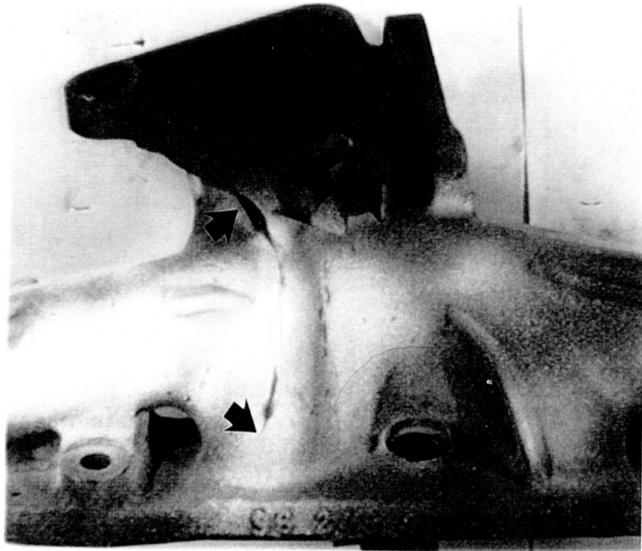




# Où a-t-on besoin de calculs non-linéaires?

**En fatigue oligocyclique : INCONTOURNABLE**

- pour évaluer les cycles de déformations plastiques et de contraintes



Collecteur (PSA)



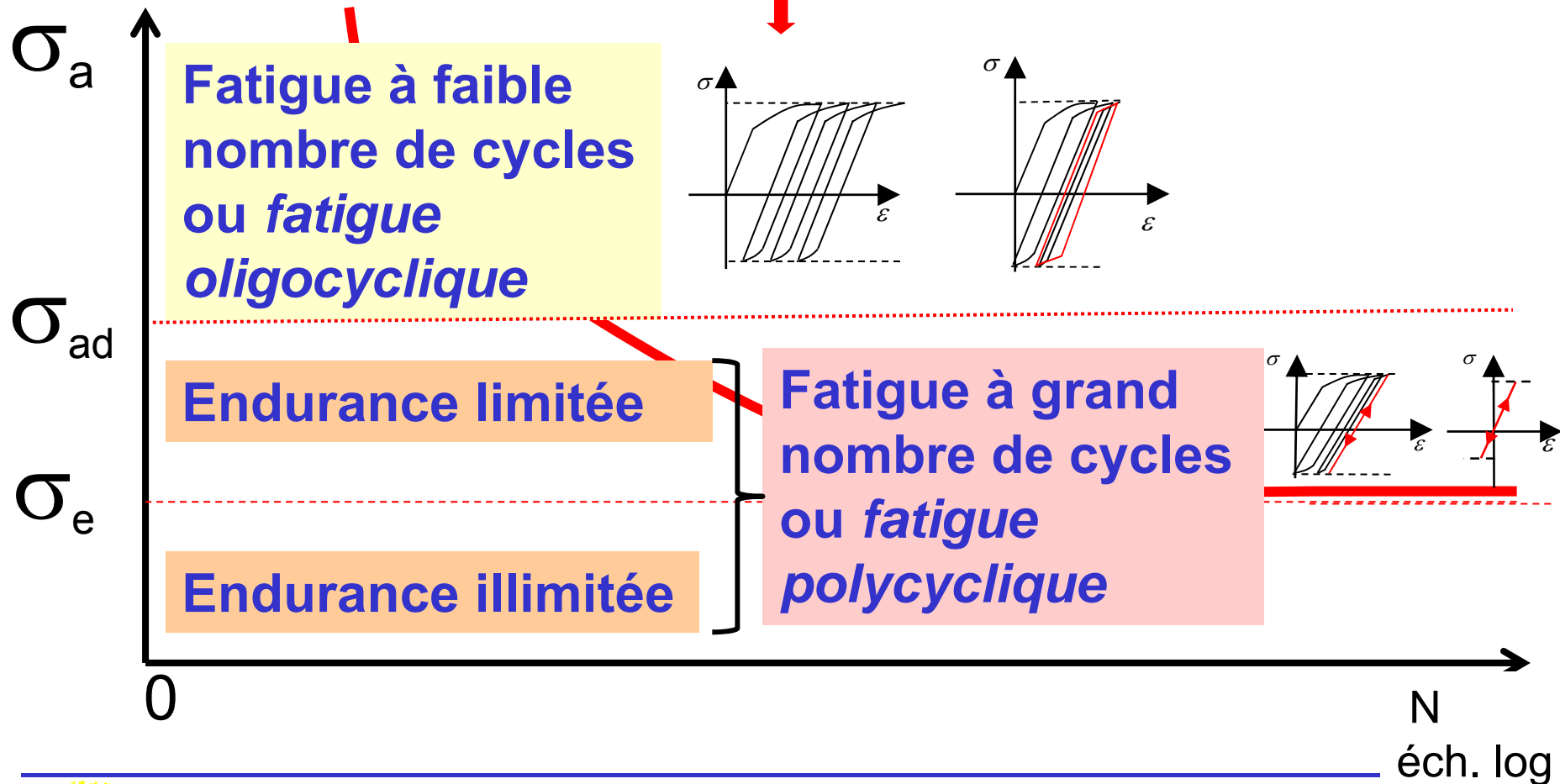
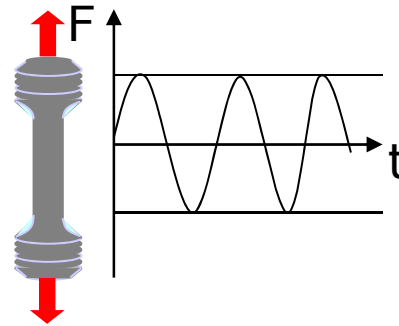
Tuyère d'Ariane



Rail dans les courbes

(//forum.aceboard.net)

# Types de fatigue : basés sur l'état limite



**Merci de votre attention !**